

# Matematyczne metody algebr operatorów w analizie kryterium splątania złożonych układów kwantowych

*Autor:*  
Marek MILLER

*Promotor:*  
prof. dr hab.  
Robert OLKIEWICZ

## Streszczenie

Praca przedstawia wyniki dotyczące struktury dodatnich odwzorowań liniowych na algebrach operatorowych, w szczególności na algebrach macierzy, pod kątem ich zastosowań do zagadnień kwantowej teorii informacji, ze szczególnym naciskiem na analizę jednego z kryteriów splątania złożonych układów kwantowych. Bezpośredni związek badanego kryterium z matematyczną teorią odwzorowań dodatnich stanowi fizyczną motywację do poszukiwania przykładów odwzorowań ekstremalnych, a także badania złożonej struktury tych obiektów.

Zaczynając od poprawnej definicji splątania stanów na iloczynie tensorowym algebr von Neumanna lub  $C^*$ -algebr, w pracy udowodniono twierdzenie analogiczne do kryterium splątania znanego wcześniej w literaturze, jednak tym razem dla najbardziej z fizycznego punktu widzenia ogólnego przypadku iniektywnych algebr von Neumanna oraz tzw. jądrowych  $C^*$ -algebr. Następnie analizie została poddana struktura odwzorowań dodatnich na nisko wymiarowych algebrach macierzy. Pierwszym krokiem było pełne scharakteryzowanie odwzorowań na algebrze  $\mathcal{B}(\mathbb{C}^2)$  za pomocą geometrycznych metod znanych z analizy operatorów liniowych na stożkach w przestrzeniach rzeczywistych. Następnie wykorzystane zostały tzw. stabilne podprzestrzenie półgrup generowanych przez odwzorowania dodatnie na  $\mathcal{B}(\mathbb{C}^3)$  do uzyskania wstępnej klasyfikacji ekstremalnych odwzorowań dodatnich zachowujących ślad i operator identyczności, czyli tzw. odwzorowań *bistochastycznych*. Otrzymany rezultat posłużył do zaprezentowania oryginalnego przykładu ekstremalnego odwzorowania dodatniego na algebrze macierzy  $\mathcal{B}(\mathbb{C}^3)$ , niebadanego wcześniej, który stanowi swego rodzaju nowy element teorii. Pracę kończy rozdział ukazujący istotną rolę elementów idempotentnych w półgrupie bistochastycznych odwzorowań dodatnich oraz wskazujący na dalsze perspektywy badań w tej dziedzinie.