

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Tomasza Trzeźniewskiego
„Three-dimensional gravity and deformations of relativistic
symmetries”**

Teoria grawitacji Einsteina to najpiękniejsza teoria klasyczna, w której ogromną rolę odgrywają symetrie. Podstawową symetrią jest niezmienniczość ze względu na transformacje układu współrzędnych, czyli tzw. symetrie dyfeomorfizmów. W tym roku mija sto lat od powstania ogólnej teorii względności i nadal, mimo ogromnego wysiłku, nie zaproponowano przekonującego rozszerzenia teorii Einsteina, które czyniłoby opis oddziaływania grawitacyjnego w jakimkolwiek sensie kwantowym. W ramach dotychczasowych prób, w szczególności w teorii strun, nie możemy odpowiedzieć na fundamentalne pytania np. o istnienie bądź nieistnienie początkowej osobliwości w naszym Wszechświecie.

Jedną z charakterystycznych cech kwantowej teorii grawitacji powinno być uwzględnienie faktu, że oddziaływanie grawitacyjne jest bardzo słabe w stosunku do innych oddziaływań, gdy energie są dużo mniejsze od tzw. skali Plancka, natomiast staje się porównywalnie silne, gdy energie do tej skali się zbliżają. W tym pierwszym wypadku wystarczy traktowanie oddziaływania grawitacyjnego klasycznie (tzn. w ramach ogólnej teorii względności Einsteina), natomiast w tym drugim, według wszelkich znanych nam analogii, powinny zacząć odgrywać rolę kwantowe poprawki do oddziaływania klasycznego. Próba uwzględnienia takiej fundamentalnej skali i uogólnienia symetrii Poincarégo na przypadek, gdy oprócz prędkości światła mamy drugą fundamentalną skalę, skalę Plancka, nosi nazwę zdeformowanych symetrii Poincarégo. Zastosowanie tej idei w grawitacji trójwymiarowej jest punktem wyjścia pracy doktorskiej mgra Tomasza Trzeźniewskiego pt. „Three-dimensional gravity and deformations of relativistic symmetries”. Praca, napisana pod kierunkiem prof. Jerzego Kowalskiego-Glikmana, liczy 78 stron, składa się z wprowadzenia, 6 rozdziałów, podsumowania i bibliografii liczącej 112 pozycji, w tym trzech współautorstwa mgra Trzeźniewskiego opublikowanych (w Phys. Rev. D, Phys. Lett. B i w Class. Quant. Grav.) i jednej w archiwach – w sumie mgr Tomasz Trzeźniewski ma 5 opublikowanych prac.

W rozdziale 1. autor przedstawił wprowadzenie do tzw. κ deformacji grupy Poincarégo i przestrzeni Minkowskiego. Deformacja ta zmienia koilo-

czyn w przypadku grupy Poincarégo i niekomutatywność pomiędzy czasem i współrzędnymi przestrzennymi w przypadku przestrzeni Minkowskiego i zależna jest od wymiarowego parametru zwykle utożsamianego z masą Plancka.

W rozdziale 2. autor omówił efektywną zmianę liczby wymiarów przy zmianie skali (ang. *dimensional flow*). Jest to efekt znany np. z symulacji numerycznych przy dynamicznej triangulacji z sygnaturą lorentzowską czy przy założeniu tzw. asymptotycznie bezpiecznej grawitacji. Efektywna liczba wymiarów jest zwykle definiowana w takich wypadkach jako wymiar spektralny, czyli efektywna dostępna liczba przy rozwiązywaniu równania dyfuzji przy formie laplasjanu zgodnej z założoną symetrią. Wyniki tego rozdziału były opisane w publikacji współautorstwa mgr. Trześniewskiego w Phys. Rev. D.

Rozdziały 3. i 4. poświęcone są opisowi cząstki punktowej w trójwymiarowej grawitacji. Jak wiadomo, w trzech wymiarach tensor Riemanna jest jednoznacznie algebraicznie wyznaczony przez tensor Ricciego, czyli z równań Einsteina wynika, że w obszarach o znikającym tensorze energii-pędu znika również krzywizna. Nie znaczy to jednak, że rozwiązania równań dla układu cząstek punktowych są zupełnie trywialne, ponieważ całka obejmująca źródła punktowe nie znika i daje to deficyt kąta po obiegnięciu danej cząstki, proporcjonalny do masy cząstki (osobliwość stożkowa). Może to być opisane przez wprowadzenie opisu topologicznego np. w formalizmie Chern-Simonsa z punktowymi źródłami. Obecność źródeł powoduje, że tensor krzywizny i, jak się okazuje także tensor skręcenia, mają nośnik w punktach, gdzie są źródła. Eliminując stopnie swobody grawitacyjne na rzecz stopni swobody cząstek (co nie byłoby możliwe algebraicznie w czasoprzestrzeni o więcej niż trzech wymiarach) dostajemy efektywny lagranżjan dla położenia i pędów cząstek, który już uwzględnia oddziaływanie cząstek z polem grawitacyjnym. Przestrzeń pędów jest w tym obrazie zakrzywiona i jest rozmaitością grupy Lorentza. W rozdziale 4. opisane zostało przejście do granicy zerowej prędkości światła (tzw. cząstka Carroll, od nazwiska autorki książki *Alicja w krainie czarów*) z deformacją κ . Wyniki tego rozdziału zostały opublikowane w Phys. Lett. B

W rozdziale 5. autor omówił deficyty stożkowe w wyższych wymiarach, gdy punkt w dwóch wymiarach zamieniony jest na rozmaitość wyżej wymiarową np. w 3. wymiarach przestrzennych jest to linia. Metryka jest bezpośrednim uogólnieniem metryki w 2+1 wymiarach, a deficyt kąta jest proporcjonalny do gęstości masy rozmaitości osobliwej. Holonomia koneksji Levi-Civity pozwala wprowadzić pojęcie pędu zarówno w przypadku ma-

sywnym jak i bezmasowym (związanym z metryką Aichelburga i Sechsla). Podobnie można wprowadzić rozwiązania odpowiadające masywnym i bezmasowym cząstkom w przestrzeni (anty)de Sittera, co zostało opublikowane we wspomnianej pracy

Rozdział 6. poświęcony jest przestrzeni Focka cząstek w trójwymiarowej grawitacji. Stany wielocząstkowe w przestrzeni Focka budowane są w pewien szczególny sposób i wymaga to nałożenia specjalnych warunków na algebrę stanów jednocząstkowych (np. nie wiadomo, czy deformacja κ algebry Poincarégo pozwala na taką konstrukcję). W przypadku cząstki oddziałującej z grawitacją w 2+1 wymiarach te warunki mogą być spełnione pod warunkiem uogólnienia algebry Poincaré do pewnej specjalnej algebry Hopfa (grupy kwantowej). Autor opisuje taką konstrukcję dla stanów dwucząstkowych z towarzyszącą niejednoznacznością symetryzacji (warkoczową). Zaproponowane jest także uogólnienie tej konstrukcji na stany wielocząstkowe, ale nie ma dowodu, że to uogólnienie jest konsystentne. Wyniki opisane w tym rozdziale zostały opisane w *Class. Quant. Grav.*

Praca doktorska mgr. Tomasza Trześniewskiego dotyczy problemu opisu cząstek oddziałujących z grawitacją w 2+1 wymiarach. Ze względu na topologiczny charakter grawitacji w trzech wymiarach oddziaływanie to może być zapisane jako teoria efektywna cząstek. Teoria ta ma złamane (zdeformowane) symetrie relatywistyczne, co może być interpretowane jako zakrzywienie przestrzeni pędów, w tym wypadku dane przez grupę Lorentza. To zakrzywienie może być z kolei stowarzyszone z niekomutatywnością przestrzeni położeń – formalizmu do opisu dostarcza teoria algebr Hopfa i deformacja κ algebry Poincarégo. Analiza tego typu może wskazywać zarówno na kierunki poszukiwań jak i możliwe problemy w analogicznej sytuacji w najbardziej nas interesującej przestrzeni czterowymiarowej, ale należy pamiętać o bardzo istotnych różnicach między grawitacją w trzech i czterech wymiarach.

Praca napisana jest w sposób zwięzły, z logicznym układem rozdziałów i jasnym przedstawieniem uzyskanych rezultatów. Główne wyniki opisane w pracy są nowe i zostały opublikowane (we współautorstwie) we wiodących czasopismach. Mam jednak do niej uwagę. Przy omawianiu osobliwości stożkowych autor podnosi rozwiązanie 2+1 wymiarowe do wyższych wymiarów, ale brakuje dyskusji istotnej różnicy przypadku wielocząstkowego – w 2+1 wymiarach grawitacja jest lokalna i można dodawać rozwiązania jednocząstkowe, natomiast w większej liczbie wymiarów już lokalna nie jest i na ogół (poza bardzo szczególnymi przypadkami) suma rozwiązań nie jest rozwiązaniem. Globalna holonomia powinna być sprawdzona za pomocą for-

muly typu ADM i przy dowolnej względnej orientacji wyżej wymiarowych defektów nie jest to trywialny problem wbrew stwierdzeniu autora w podsumowaniu. Uwaga ta nie zmienia ogólnej pozytywnej opinii o pracy, gdyż podejście do problemu cząstek oddziałujących grawitacyjnie i ich efektywnego opisu, ewentualnej zmiany symetrii i kwantowania tej teorii jest na razie zbyt trudne w przypadku czterowymiarowym, więc badanie prostszego przypadku trójwymiarowego wydaje się bardzo interesujące.

Konkludując stwierdzam, że prezentowana praca doktorska spełnia wymogi stawiane pracom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie doktoranta do publicznej obrony.

Warszawa, 17.08.2015,



prof. Krzysztof A. Meissner