

## **Autoreferat**

*Modelowanie oddziaływań neutrin i elektronów z nukleonami w obszarze elastycznym i rezonansowym*

Krzysztof Mariusz Graczyk

Instytut Fizyki Teoretycznej  
Uniwersytet Wrocławski  
Polska

13 listopada 2015



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Dane osobowe</b>	<b>2</b>
1.1	Imię i nazwisko . . . . .	2
1.2	Posiadane dyplomy, stopnie naukowe . . . . .	2
1.3	Dotychczasowe zatrudnienie w jednostkach naukowych . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Wskazanie osiągnięcia naukowego stanowiącego podstawę postępowania habilitacyjnego</b>	<b>4</b>
2.1	Tytuł osiągnięcia naukowego . . . . .	4
2.2	Publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania</b>	<b>6</b>
3.1	Wstęp . . . . .	6
3.2	Szczegółowe omówienie prac . . . . .	15
3.3	Podsumowanie . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych)</b>	<b>34</b>
4.1	Przed uzyskaniem stopnia doktora . . . . .	34
4.2	Po uzyskaniu stopnia doktora . . . . .	35

# Rozdział 1

## Dane osobowe

### 1.1 Imię i nazwisko

Krzysztof Mariusz Graczyk

<http://www.ift.uni.wroc.pl/~kgraczyk>

### 1.2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe

- **Stopień naukowy doktora nauk fizycznych** nadany uchwałą Rady Instytutu Fizyki Teoretycznej dnia 13.05.2005. Tytuł rozprawy doktorskiej: „*Rozpraszanie neutrin na jądrach i nukleonach*”. Promotor: dr hab. Jan Sobczyk (Instytut Fizyki Teoretycznej Uniwersytet Wrocławski), recenzenci: prof. dr hab. Marek Zrałek (Instytut Fizyki, Uniwersytet Śląski, Katowice), prof. dr hab. Marek Jeżabek (Instytut Fizyki Jądrowej im. H. Niewodniczańskiego, Kraków).
- **Tytuł magistra fizyki** uzyskany w dniu 05.09.2000 r. na Wydziale Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Wrocławskiego. Tytuł pracy magisterskiej: „*Reguły Fuzyjne w modelach minimalnych w 2-wymiarowej konforemnej teorii pola*”, promotor dr hab. Zbigniew Jaskólski (Instytut Fizyki Teoretycznej Uniwersytet Wrocławski), recenzent: dr hab. Jan Sobczyk (Instytut Fizyki Teoretycznej, Uniwersytet Wrocławski).

### 1.3 Dotychczasowe zatrudnienie w jednostkach naukowych

- **Czerwiec 2005 – obecnie:** adiunkt w Instytucie Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Wrocławskiego.
- **Styczeń 2008 – Styczeń 2009:** staż po-doktorski w Dipartimento di Fisica Teoria, Università degli Studi di Torino, Turyn, Włochy.

# Rozdział 2

## Wskazanie osiągnięcia naukowego stanowiącego podstawę postępowania habilitacyjnego

### 2.1 Tytuł osiągnięcia naukowego

Zgodnie z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65 poz. 595 ze zm.) jako osiągnięcie naukowe przedstawiam cykl 10 publikacji powiązanych tematycznie pod wspólnym tytułem:

*"Modelowanie oddziaływań neutrin i elektronów z nukleonami w obszarze elastycznym i rezonansowym"*.

### 2.2 Publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego

- H1** K. M. Graczyk, J. T. Sobczyk,  
*Form Factors in the Quark Resonance Model*,  
Phys. Rev. D77, 053001 (2008). Erratum: K. M. Graczyk, J. T. Sobczyk, Phys.Rev. D79 (2009) 079903.
- H2** K. M. Graczyk, J. T. Sobczyk,  
*Lepton mass effects in weak CC single pion production*,  
Phys. Rev. D77, 053003 (2008).
- H3** K. M. Graczyk, D. Kielczewska, P. Przewlocki, J.T. Sobczyk,  
 *$C_5^A$  axial form factor from bubble chamber experiments*,  
Phys.Rev. D80, 093001 (2009).

- H4** K. M. Graczyk, J. Zmuda, J. T. Sobczyk,  
*Electroweak Form Factors of the Delta(1232) Resonance*,  
Phys. Rev. **D90**, 093001 (2014).
- H5** W. M. Alberico, S. M. Bilenky, C. Giunti, K. M. Graczyk,  
*Electromagnetic form factors of the nucleon: New fit and analysis of uncertainties*,  
Phys. Rev. **C79**, 065204 (2009).
- H6** K. M. Graczyk, P. Plonski, R. Sulej,  
*Neural Network Parameterizations of Electromagnetic Nucleon Form Factors*,  
JHEP09(2010) 053.
- H7** K. M. Graczyk,  
*Two-Photon Exchange Effect Studied with Neural Networks*,  
Phys. Rev. **C84**, 034314 (2011).
- H8** K. M. Graczyk,  
*Comparison of Neural Network and Hadronic Model Predictions of Two-Photon Exchange Effect*,  
Phys. Rev. **C88**, 065205 (2013).
- H9** K. M. Graczyk,  
*Relevance of Two-Boson Exchange Effect in Quasi-elastic Charged Current Neutrino-Nucleon Interaction*,  
Phys. Lett. **B732**, 315 (2014).
- H10** K. M. Graczyk and C. Juszczak,  
*Proton Radius from Bayesian Inference*,  
Phys. Rev. **C90**, 054334 (2014).

## Rozdział 3

# Omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania

### 3.1 Wstęp

Własności neutrin zgłębiane są od ponad 80 lat [1]. Wiemy, że neutrina oscylują, a więc są cząstkami masywnymi. Dokonano pomiaru wszystkich parametrów oscylacji ale nie zmierzono mas neutrin. Nie jest jasne dlaczego neutrina są wyraźnie lżejsze od pozostałych cząstek Modelu Standardowego (SM). Nie potrafimy także rozstrzygnąć czy neutrino jest cząstką Diraca czy Majorany. Zbadanie łamania symetrii  $CP$  w sektorze leptonowym wydają się kluczowe w rozważaniach kosmologicznych. Jest jasne, że dalszy rozwój fizyki neutrin wymaga postępu w teoretycznych i doświadczalnych studiach oddziaływań neutrin i elektronów z jądrami i nukleonami.

Postęp w fizyce cząstek elementarnych, zrozumienie podstawowych praw natury, wymaga głębszego zbadania własności neutrin. Aby osiągnąć ten cel potrzebujemy dysponować bardziej precyzyjnymi przewidywaniami i pomiarami przekrojów czynnych na rozpraszanie neutrin na nukleonach i jądram atomowych. Z drugiej strony badanie oddziaływań elektronów z materią dostarcza informacji o wewnętrznej strukturze nukleonów i jąder i pozwala sformułować bardziej precyzyjne (w przewidywaniach) modele teoretyczne opisujące oddziaływanie neutrin z materią. Modelowanie oddziaływań neutrin i elektronów z nukleonami stanowi główny wątek badawczy przedstawionego dorobku habilitacyjnego. Poniżej omawiam bardziej szczegółowo moje motywacje i cele.

Pomiar oddziaływań neutrin z materia jest trudny bowiem są to cząstki obojętne elektrycznie i słabo oddziałujące. Dodatkową trudność stanowi brak technologii, która pozwoliłaby uzyskać monochromatyczną energetycznie wiązkę neutrin co skutkuje dodatkowymi trudnościami



w analizie pomiarów.

Jednym z głównych źródeł informacji o parametrach oscylacji neutrin i fazie  $\mathcal{CP}$  są eksperymenty tzw. krótkiej (np. MiniBooNE) i długiej (np. T2K, MINOS, NO $\nu$ A) bazy, w których źródłem neutrina jest akcelerator. Neutrino akceleratorowe to głównie neutrino mionowe charakteryzujące się energią od około 200 MeV do 10 GeV. Oscylacje neutrin są obserwowane bądź na podstawie pomiaru *deficytu* neutrin, bądź poprzez pomiar *pojawięcia* się neutrin innego zapachu w końcowym detektorze. Prawdopodobieństwo oscylacji zależy od różnicy mas, kątów mieszania oraz energii neutrin. Analiza pomiarów oscylacyjnych wymaga znajomości energii neutrin zmierzonych w detektorze.

W przypadku typowego eksperymentu długiej/krótkiej bazy mierzy się głównie oddziaływanie neutrin z jądrami atomowymi, tlenem (K2K, T2K), węglem (MiniBooNE). Oscylacje są badane zwykle na podstawie analizy oddziaływania kwazi-elastycznego, poprzez wymianę ładunku (CCQE: *eng. charged current quasielastic*), neutrina z jądrami atomowymi. Są to zdarzenia, w których zmierzono (zwykle) tylko naładowany lepton. Z punktu widzenia teoretycznego oddziaływanie typu CCQE neutrina z jądrem (w przybliżeniu impulsowym) zadane jest przez:

$$\nu_l + A[N, Z] \rightarrow l^- + (A - 1)[N - 1, Z] + p, \quad (3.1)$$

$l = e, \nu, \tau$ ,  $A = N + Z$ ,  $N$  oraz  $Z$  oznacza liczbę neutronów oraz protonów w jądrze  $p$  oznacza wybity proton. Przy założeniu, że neutrino oddziałuje, z kwazi-swobodnym nukleonem w jądrze można przyjąć, że pierwotne oddziaływanie typu CCQE to proces

$$\nu_l(k) + n(p) \rightarrow l^-(k') + p(p'), \quad (3.2)$$

gdzie  $k$ ,  $k'$  oraz  $p$ ,  $p'$  oznaczają cztero-pędy leptonów oraz nukleonów, wchodzących, wychodzących odpowiednio, definiujemy przekaz cztero-pędu  $q \equiv k - k'$ .

W praktyce aby zrekonstruować energię neutrin  $E_\nu$  na podstawie pomiaru zdarzeń typu CCQE zakłada się, że nukleon w jądrze, z którym oddziałuje neutrino, jest w spoczynku. Wówczas znając kąt rozpraszania i energię leptonu można oszacować  $E_\nu$ . W rzeczywistości nukleon charakteryzuje się niezerowym pędem (ruch Fermiego). Ponadto po *pierwotnym oddziaływaniu* nukleon propagując przez materię jądrową oddziałuje wtórnie, w wyniku czego mogą pojawić się dodatkowe cząstki: piony, nukleony. Zmodyfikowane mogą zostać także własności kinematyczne pierwotnego nukleonu. Dodatkowym efektem, który należy uwzględnić są tzw. wzbudzenia wielo-nukleonowe [2, 3] tzn. neutrino oddziałuje jednocześnie z więcej niż jednym nukleonem. Wreszcie istotną część zdarzeń sklasyfikowanych przez doświadczalników jako CCQE to oddziaływania nieelastyczne, w których już w pierwotnym oddziaływaniu powstaje co najmniej jeden pion. Zdarzenia te stanowią ważne tło do procesów kwazi-elastycznych. Poprawna analiza eksperymentalna wymaga uwzględnienia wszystkich wymienionych efektów. Ekstrakcja z pomiarów zdarzeń typu CCQE opiera się na porównaniu z symulacjami Monte Carlo (MC) uzyskanymi na podstawie przewidywań teoretycznych. Nieprecyzyzność teorii stanowi jedno z głównych źródeł dużego błędu systematycznego na pomiar parametrów oscylacji jak i leptonowej fazy łamania symetrii  $\mathcal{CP}$  [4]. Dlatego ważnym jest dysponowanie dokładnymi

przewidywaniami teoretycznymi i pomiarami doświadczalnymi przekrojów czynnych dla oddziaływania neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi. Cele te są bardzo ambitne i wymagają podjęcia dużego wysiłku teoretycznego i eksperymentalnego [5].

Ważnym elementem modeli teoretycznych opisujących oddziaływanie neutrin z jądrami atomowymi jest opis elementarnego oddziaływania neutrina z nukleonem ( $\nu N$ ). Główną niewiadomą w opisie jest prąd hadronowy. W przypadku neutrin o energiach rzędu 1 GeV typowy przekaz cztero-pędu  $Q^2 \equiv -q^2 = (k - k')^2$  jest mniejszy od 1 GeV<sup>2</sup>. W związku z tym hadronowe elementy macierzowe nie mogą zostać wyliczone przez pomocy metod perturbacyjnych kwantowej chromodynamiki (QCD). Używa się zatem podejść efektywnych, w których istotną rolę odgrywają fenomenologiczne czynniki postaci (*eng. form factors (FF)*), które pozwalają opisać elektro-słabe przejścia  $N \rightarrow N$ ,  $N \rightarrow N^*$  (rezonans) etc..

Przewidywania modeli fenomenologicznych opisujących oddziaływanie neutrin z nukleonami cechują się dużą niedokładnością. Związane jest to przede wszystkim ze słabą znajomością tzw. aksjalnej części wkładu hadronowego, a właściwie aksjalnych czynników postaci uzyskiwanych głównie z analizy pomiarów oddziaływań neutrin. Niestety w przeszłości tylko kilka eksperymentów dokonało pomiarów przekrojów czynnych na rozpraszania neutrin na swobodnych nukleonach i deuteronie. Otrzymane wyniki obarczone były dużymi błędami rzędu 20 – 30%. Ponadto pomiary z różnych eksperymentów wydają się niespójne. Nowe eksperymenty dokonują pomiaru rozpraszania neutrin na jądram atomowych. Zatem uzyskanie informacji o oddziaływaniach neutrin z nukleonami jest znacznie utrudnione. Stąd istnieje potrzeba ponownej re-analizy starych pomiarów doświadczalnych i ulepszenia modeli teoretycznych/fenomenologicznych opisujących oddziaływanie  $\nu N$ . W niniejszej rozprawie rozważam dwa bardzo ważne, z punktu widzenia eksperymentów oscylacyjnych, procesy: oddziaływanie kwazi-elastyczne (3.2) [H9] oraz produkcję pojedynczych pionów w rozpraszaniu neutrina na nukleonie [H1,H2,H3,H4].

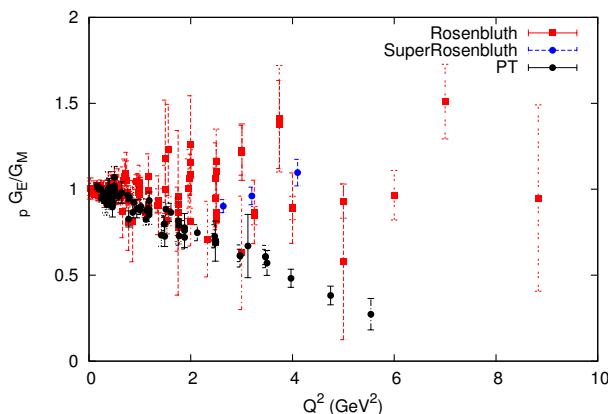
Istotnym elementem w krytycznej weryfikacji modeli teoretycznych/fenomenologicznych opisujących oddziaływanie neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi jest ich konfrontacja z pomiarami rozpraszania elektronów na nukleonach i jądram ( $eN$ ,  $eA$ ). Oddziaływanie neutrin i elektronów na nukleonach i jądram powinno być opisane w ramach podobnego formalizmu. Co więcej wkład wektorowy amplitudy dla oddziaływania  $\nu N$  jest zadany przez elektromagnetyczne (EM) elementy macierzowe. Ponadto oddziaływania elektronów i neutrin z nukleonami oraz jądrami atomowymi są bardzo podobne również z punktu widzenia kinematycznego.

Rozpraszanie elektronów na jądram i nukleonach jest badane od ponad 90 lat. Analiza pomiarów eksperymentalnych dostarcza informacji o wewnętrznej strukturze nukleonów i jąder. Główny wkład do rozpraszania  $eN$ ,  $eA$  pochodzi od oddziaływania elektromagnetycznego. Przekroje czynne mierzone są z kilkuprocentową dokładnością. Pozwala to uwzględnić w modelach teoretycznych wiele subtelnych efektów zwykle pomijanych w opisie oddziaływań neutrin z materią. Wynika to z faktu, że pomiary neutrinowe obarczone są dużymi błędami co (jak na razie) uniemożliwia falsyfikacje bardziej złożonych modeli teoretycznych. Ponieważ eksperymentalna fizyka neutrin ma ambitny cel zostania *nauką precyzyjną* dlatego naturalnym wydaje się zaadaptowanie do fizyki oddziaływań neutrin idei diskutowanych w oddziaływaniach elek-

tronów z materią [6]. Co więcej pomiary elektronowe mogą zostać użyte do wyznaczenia części parametrów fenomenologicznych modeli neutrinowych. Ta synergia pomiędzy fizyką oddziaływań elektronów i neutrin skutkuje także ożywieniem w badaniach oddziaływań elektronów z nukleonami i jądrami. Dobry przykład stanowią wzbudzenia wielo-nukleonowe. Aby odtworzyć przekroje czynne dla rozpraszania  $\nu-C$  (eksperyment MiniBooNE) model teoretyczny powinien zawierać tzw. wkłady od wzbudzeń: dwie cząstki - dwie dziury (2p2h). Potrzeba zrozumienia roli tego efektu w oddziaływaniach neutrin jest dodatkową motywacją do wzmożonych studiów tych oddziaływań w rozpraszaniu  $eA$ . Innym przykładem jest propozycja nowego eksperymentu elektronowego, którego głównym celem jest pomiar przekrojów czynnych  $e-Ar$ . Pozwoli to uzyskać tzw. funkcje spektralną, która będzie wykorzystana do opisu rozpraszania  $\nu-Ar$  [7]. W przypadku moich badań pomiary elektronowe wykorzystane do ulepszenia modeli opisujących oddziaływanie  $\nu N$  [H1,H3,H4,H5,H6]. Prace teoretyczno/fenomenologiczne dotyczące poprawek dwu-fotonowych [H5,H7,H8] w rozpraszaniu  $ep$  ( $p$  - proton) zmotywowały mnie do dyskusji roli podobnego efektu w przypadku oddziaływania CCQE [H9].

W niniejszej referacie dyskutuję oddziaływania elastyczne/kwazi-elastyczne elektronów/neutrin z nukleonami oraz procesy nieelastyczne  $eN$ ,  $\nu N$ , w których powstał pojedynczy pion. Główny wkład do tych procesów pochodzi od wymiany pomiędzy leptonem i nukleonem jednego bozonu pośredniczącego (fotonu, bozonów  $W^\pm$ ,  $Z^0$ ). Podstawową trudnością jest właściwe zadanie prądu hadronowego opisującego elektromagnetyczne/elektro-słabe przejście  $N \rightarrow N$  (procesy elastyczne) lub  $N \rightarrow N^*$  (procesy nieelastyczne). W przypadku dyskutowanych oddziaływań wartość energii oraz  $Q^2$  jest na tyle mała, że nie pozwala na stosowanie metod perturbacyjnych QCD. Do opisu oddziaływania stosuję się zatem modele, w których kluczowym elementem są czynniki postaci, które zawierają informacje o hadronowej strukturze nukleonów. Są one przedmiotem badań eksperymentalnych, fenomenologicznych oraz teoretycznych. O ile analiza oddziaływań  $eN$  dostarcza głównie informacji o elektromagnetycznej strukturze nukleonu to badanie oddziaływań neutrin z nukleonami pozwala na eksplorację struktury aksjalnej nukleonów. Zatem studia obydwu typów oddziaływań dają uzupełniającą się informacje o strukturze nukleonu. W niniejszym referacie prezentuje wyniki moich badań poświęcone elektromagnetycznym i aksjalnym czynnikom postaci nukleonu oraz rezonansów (w szczególności rezonans  $\Delta(1232)$ ) [H1-H10].

Prąd hadronowy dla oddziaływania elastycznego  $eN$  zadany jest przez dwa czynniki postaci nukleonu: elektryczny  $G_E^N$  ( $N = p, n$   $p$  =proton,  $n$  =neutron) i magnetyczny  $G_M^N$ . W układzie Breit'a  $G_{E,M}^N$  można związać z rozkładem ładunku elektrycznego, magnetycznego wewnątrz nukleonu [8, 9]. Elektromagnetyczne czynniki postaci są głównie uzyskiwane z analizy rozpraszania elastycznego  $eN$ , kwazi-elastycznego  $e-D$ ,  $e-He$  etc.. Istnieją dwa sposoby pomiaru czynników postaci: metoda Rosenbluth'a oraz pomiar przekazu polaryzacji [10] (oznaczane skrótowo *PT eng. polarization transfer*). Pierwsza z nich używana jest od lat pięćdziesiątych ubiegłego wieku i pozwala uzyskać jednocześnie, przy ustalonym  $Q^2$ , wartość elektrycznego i magnetycznego czynnika postaci. Druga metoda jest dostępna od końca lat dziewięćdziesiątych



Rysunek 3.1: Stosunek  $\mu_p G_E^p / G_M^p$  z pomiarów Rosenbluth'a (czarne punkty) i Super-Rosenbluth'a (niebieskie punkty) oraz pomiaru PT (czerwone kwadraty).

ubiegłego stulecia i pozwala na pomiar stosunku

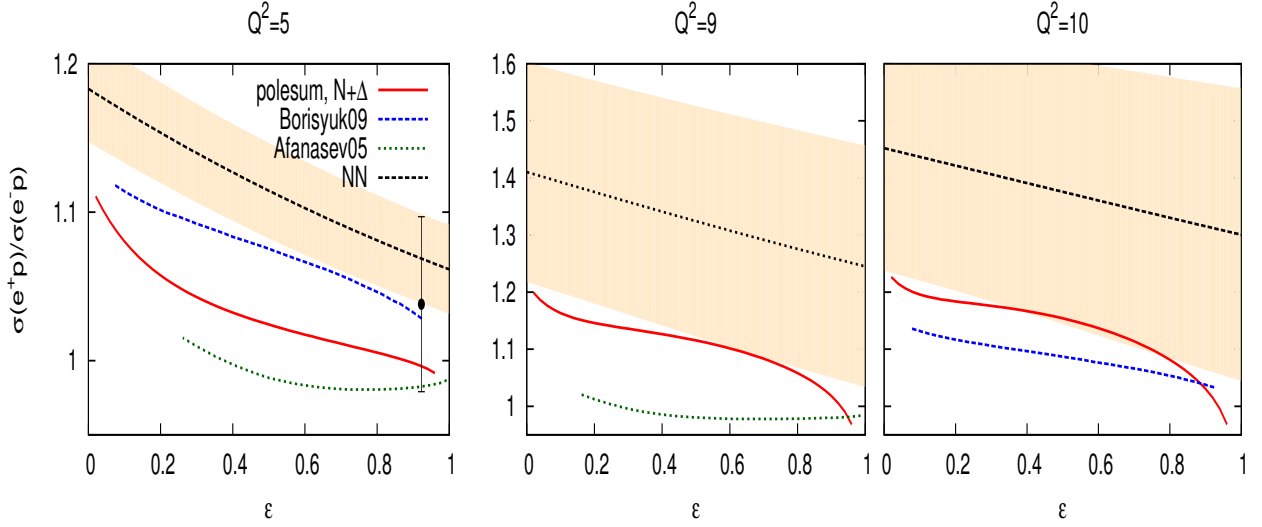
$$\mathcal{R} = \mu_p \frac{G_E^p}{G_M^p}, \quad (3.3)$$

gdzie  $\mu_p$  jest momentem magnetycznym protonu.

Pomiary PT okazały się niezgodne ze stosunkiem (3.3) uzyskanym z analiz Rosenbluth'owskich (patrz Rys. 3.1). Niezgodność ta stała się początkiem ożywionej dyskusji. Już w roku 2003 kilka grup [12, 13, 14] zaprezentowało fenomenologiczne i teoretyczne argumenty dowodzące, że głównym źródłem niespójności jest zaniedbanie w poprawkach radiacyjnych tzw. twardych wkładów od wymiany pomiędzy elektronem i protonem dwu wirtualnych fotonów (poprawka TPE *eng. two photon exchange*). Wkład ten jest indukowany przez poprawki wynikające ze złożoności hadronowej struktury nukleonu. Poprawka TPE w przypadku różniczkowych przekrojów czynnych (uśrednionych po polaryzacjach) jest rzędu kilku procent. Jednak jej uwzględnienie w analizie Rosenbluth'a ma duży wpływ na uzyskane wartości  $G_E^p$ . Natomiast w przypadku pomiarów PT uwzględnienie wkładu TPE wydaje się mieć niewielki wpływ na wartość  $\mathcal{R}$  [13].

Wciąż nie dysponujemy dokładnymi przewidywaniami teoretycznymi czynników postaci [15] jak i wkładu TPE. W przypadku poprawki TPE dla przekazów pędu rzędu  $Q^2 \sim 5 \text{ GeV}^2$  przewidywania teoretyczne dość mocno zależą od stosowanego modelu teoretycznego (Rys. 3.2). Z drugiej strony poprawka TPE ( $\delta_{2\gamma}$ ) może zostać uzyskana z bezmodelowej analizy pomiarów rozproszeniowych  $ep$  oraz z pomiaru stosunku przekrojów czynnych na rozpraszanie: pozytonów na protonach do elektronów na protonach:

$$\mathcal{R}_{+/-} = \frac{d\sigma(e^+p \rightarrow e^+p)}{d\sigma(e^-p \rightarrow e^-p)} \approx 1 - 2\delta_{2\gamma}. \quad (3.4)$$



Rysunek 3.2: Stosunek (3.4) wyliczony w ramach perturbacyjnego QCD (Borisjuk09) [16], modelu GPD [17], poprawek pętlowych (polesum) [H8] oraz analizy Bayesowskiej pomiarów (NN) [H7].

Porównanie pomiarów stosunku (3.4) z przewidywaniami teoretycznymi pozwala testować modele teoretyczne.

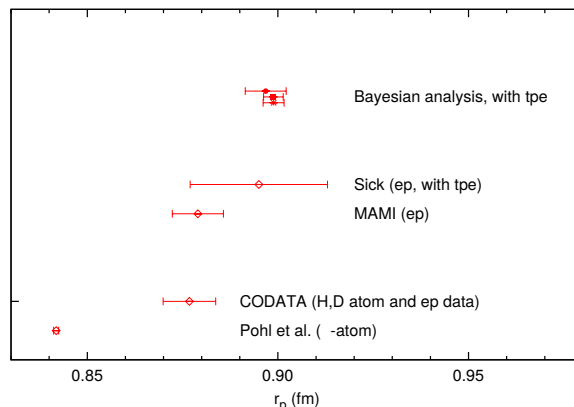
Ciekawym wątkiem związanym z EM czynnikami postaci jest tzw. *problem rozmiaru protonu*. Promień protonu definiujemy się jako:

$$r_{p,E} \equiv \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\int d^3\mathbf{r} r^2 \rho_E(\mathbf{r})}, \quad (3.5)$$

gdzie  $\rho_E(r)$  jest rozkładem ładunku elektrycznego w protonie. Precyzyjne pomiary atomowe pozwalają uzyskać wartość  $r_{p,E}$ . Z drugiej strony zakładając, że dysponujemy poprawną ekstrapolacją elektrycznego czynnika postaci do wartości  $Q^2 = 0$ , wówczas:

$$r_{p,E} = \left( -\frac{6}{G_E^p(0)} \left. \frac{dG_E^p(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.6)$$

Jak dotychczas najdokładniejsza wartość  $r_{p,E}$  uzyskana została na podstawie pomiaru przesunięcia Lamba w atomie mionowym  $r_{p,E} = 0.84184(67)$  fm [18]. Wynik ten jest niezgodny (na poziomie  $7\sigma$ ) z wartością otrzymaną z kompilacji pomiarów przeprowadzonych w atomie wodoru [19] oraz  $r_{p,E}$  otrzymana z analiz pomiarów rozproszeniowych [20], [H10] (Rys. 3.3). Ta niezgodność nie została do tej pory wyjaśniona i jest intensywnie badana przez wiele grup [21]. Wyniki tych studiów mogą zostać wykorzystane w opisie oddziaływań neutrin z nukleonami,

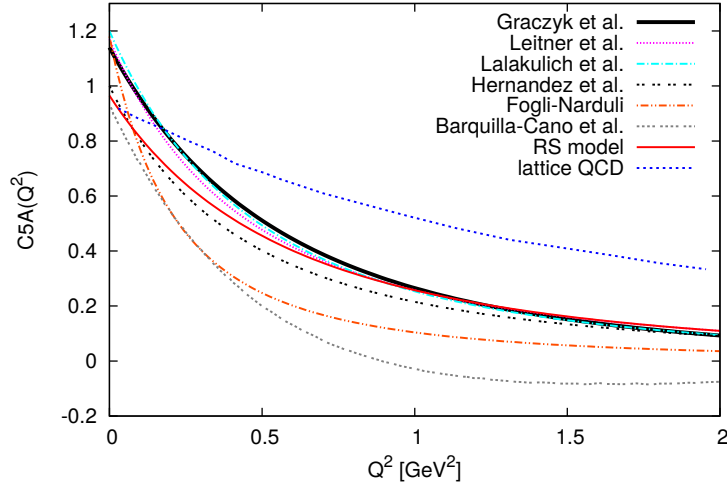


Rysunek 3.3: Wartości promienia protonu uzyskane z: kompilacji pomiarów atomowych ( $H$ ,  $D$ ) CODATA [19], pomiaru w atomie mionowym Pohl et al. [18] oraz z analizy pomiarów rozproszeniowych: eksperymentu MAMI [22] oraz globalne analizy (Sick) [23], [H10] (Bayesian).

gdzie dyskutowany jest wkład do przekrojów czynnych pochodzący od procesów z małymi przekazami  $Q^2$ .

Aksjalne czynniki postaci nukleonu parametryzują wkład aksjalny elektro-słabego prądu hadronowego. Dokonując pewnych uproszczeń można rozważyć tylko jeden aksjalny czynnik postaci  $F_A$ . Z powodu braku dokładnych pomiarów zakłada się, że ma on postać dipolową  $1/(1 + Q^2/M_A^2)^2$ , gdzie  $M_A$  jest masą aksjalną, parametrem który można związać z aksjalnym promieniem protonu [24]. Należy podkreślić, że część wektorowa prądu hadronowego CCQE zadana jest przez EM czynniki postaci nukleonu, zatem niedokładności w znajomości czynników postaci EM mają pewien wpływ na wielkość błędów na pomiar aksjalnych czynników postaci. Podobnie jak w przypadku promienia protonu tutaj także wyniki analiz najnowszych pomiarów neutrinowych przekrojów czynnych okazały się niezgodne z wynikami uzyskanymi przed laty z analizy rozpraszania  $\nu - H$  oraz  $\nu - D$ . Ta niezgodność, nazywana często *problemem masy aksjalnej*, wydaje się być częściowo rozwiązana gdy uwzględni się wkłady od wzbudzeń wielo-nukleonowych (patrz raport [24]). Jednak wciąż istnieje potrzeba dyskusja roli innych możliwych efektów zaniebawianych dotychczas w analizie eksperymentalnej, jak np. poprawek radiacyjnych, czy efektu wymiany dwu-bozonowej [H9].

Jak już wspominałem główną informację o czynnikach postaci nukleonu czy rezonansów czerpiemy z analizy pomiarów różnego rodzaju obserwabli mierzonych w rozpraszaniu leptonów na nukleonach i jądrach. Najtrudniejszym elementem tego typu analiz jest uzyskanie z pomiarów eksperymentalnych jak najbardziej bezmodelowej informacji o czynnikach postaci. Wymaga to często użycia wyrafinowanych metod statystycznych i dobrego rozumienia założeń w opisie teoretycznym. W przypadku gdy liczba punktów pomiarowych jest duża, można pokusić się o konstrukcje modelu statystycznego zadającego czynniki postaci oraz wkład TPE tylko na podstawie pomiarów. Propozycja takiego podejścia, opartego o metody Bayesowskich



Rysunek 3.4: Czynniki postaci  $C_5^A(Q^2)$  z prac: Fogli-Narduli [31], Rein-Sehgal (RS) [26], Barquilla-Cano et al. [27], lattice QCD [25], Graczyk *et al.* [H3], Hernandez *et al.* [29], Leitner *et al.* [30], Lalakulich *et al.* [28].

sieci neuronowych, znajduję się w pracach [H6,H7], gdzie uzyskane zostały elektromagnetyczne czynniki postaci oraz wkład TPE. Stosowanie metod Bayesowskich wydają się być najbardziej użyteczne w przypadku dyskusji problemu promienia protonu [H10]. Istotnie okazuje się, że wartość ta dość mocno zależy od założeń modelowych. Metody Bayesowskie pozwalają rozwiązać ten problem [H10]. Zależność od założeń modelowych pojawia się również w uzyskiwaniu  $\delta_{2\gamma}$  z analizy pomiarów rozproszeniowych. W tym wypadku analiza fenomenologiczna musi być wsparta wynikami teoretycznymi. W pracy [H8] poprawkę TPE wyliczyłem w ramach modelu teoretycznego (poprawki pętlowe) i porównałem z wynikami dopasowań Bayesowskich. Natomiast w pracy [H9] badam między innymi rolę poprawek radiacyjnych włączając tzw. poprawki dwu-bozonowe (analog poprawki TPE w oddziaływaniu CCQE) w rozpraszaniu neutronów na nukleonach.

Opis teoretyczny nieelastycznego oddziaływania leptonów z nukleonami, takiego jak produkcja pojedynczych pionów w oddziaływaniach neutronów z nukleonami (SPP, *eng. single pion production*), jest bardziej złożony niż opis oddziaływań elastycznych/kwazielastycznych. Wymaga on większej liczby założeń i wolnych parametrów fenomenologicznych. Jednak podobnie jak w oddziaływaniach elastycznych czynniki postaci odgrywają również kluczową rolę.

Oddziaływania typu SPP stanowią istotną część obserwowanych zdarzeń w eksperymentach krótkiej/długiej bazy. Procesy te dzielimy na oddziaływania poprzez prądy naładowane (typu

CC *eng. charged current*):

$$\nu_l + p \rightarrow l^- + p + \pi^+ \quad (3.7)$$

$$\nu_l + n \rightarrow l^- + \begin{cases} n + \pi^+ \\ p + \pi^0 \end{cases} \quad (3.8)$$

oraz prądy neutralne (typu NC *eng. neutral current*):

$$\nu_l + p \rightarrow \nu_l + \begin{cases} n + \pi^+ \\ p + \pi^0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\nu_l + n \rightarrow \nu_l + \begin{cases} p + \pi^- \\ n + \pi^0, \end{cases} \quad \text{gdzie } l = e, \mu, \tau. \quad (3.10)$$

Procesy typu CC są tłem do pomiarów zdarzeń kwazi-elastycznych, które są analizowane w poszukiwaniu sygnału oscylacyjnego  $\nu_\mu \rightarrow \nu_X$ ,  $X \neq \mu$ . Procesy typu NC, w których produkowane są neutralne piony stanowią natomiast tło do pomiarów neutrin elektronowych powstałych w wyniku oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ .

Należy zaznaczyć, że w przypadku oddziaływań neutrin o energii rzędu 1 GeV niezmiennicza masa hadronowa  $W$  ( $W^2 \equiv (p + q)^2$ ) jest mniejsza niż 1.5 GeV. Zatem dominujący wkład do amplitudy oddziaływania pochodzi od tzw. pierwszego obszaru rezonansowego, w którym jedynym wzbudzeniem rezonansowym, indukowanym przez oddziaływanie neutrina z nukleonem, jest rezonans  $\Delta(1232)$ . Analiza rozpraszania neutrin 1 GeV'owych na nukleonach pozwala zbadać własności rezonansu  $\Delta(1232)$ , w szczególności jego strukturę aksjalną. Badanie własności rezonansu  $\Delta(1232)$  jest jednym z wątków dyskutowanych w przedłożonym autoreferacie [**H1,H3,H4**].

Elektro-słabe wzbudzenia  $N \rightarrow \Delta(1232)$  opisane jest przez siedem niezależnych czynników postaci: trzy wektorowe  $C_V^{i=3,4,5}$  oraz cztery aksjalne  $C_A^{i=3,4,5,6}$ . Funkcje te zawierają informację o hadronowej strukturze rezonansu  $\Delta(1232)$  zatem ich obliczenie lub uzyskanie z pomiarów rozproszeniowych jest ważne z punktu widzenia studiów struktury nukleonu. Z drugiej strony znajomość  $C_i^{V,A}$  jest potrzebna by uzyskać precyzyjne przewidywania przekrojów czynnych na rozpraszanie  $\nu N$ . Przy czym wyliczenia z tzw. pierwszych zasad, np. w ramach sieciowej QCD są wciąż dalekie od fenomenologicznych dopasowań [25] (patrz Rys. 3.4).

Wektorowe czynniki postaci uzyskiwane są z analizy elektro- oraz foto- produkcji rezonansów. Jednak w przypadku neutrinowych procesów SPP dominujący wkład do przekroju czynnego pochodzi od czynnika postaci  $C_5^A$ , który jest otrzymywany z analizy rozpraszania neutrin na jądrach i nukleonach. W przypadku nowych pomiarów mierzone są głównie oddziaływania neutrin z jądrami atomowymi. Zatem trudno jest uzyskać bezmodelową informację o elementarnym oddziaływaniu. Dlatego wciąż podstawowa wiedza o procesach SPP czerpana jest z analiz pomiarów zebranych w starych eksperymentach wykonanych przy użyciu komór pęcherzykowych. Dokonano w nich pomiaru oddziaływań neutrin z wodorem i deuterem. Głównym problemem jest to, że stare pomiary z różnych eksperymentów wydają się być niezgodne.



Ponadto wyniki analizy, np. ekstrakcji czynnika postaci  $C_5^A$ , mocno zależą od założeń modelowych (patrz Rys. 3.4). Jest to kolejny problem w oddziaływaniach neutrin z nukleonami, który wymaga głębszego zrozumienia [24]. Propozycja rozwiązania tego zagadnienia znajdują się w pracach [H1,H3,H4].

## 3.2 Szczegółowe omówienie prac

Szczegółowe omówienie prac zaczynam od tych poświęconych produkcji pojedynczych pionów w oddziaływaniu neutrin z nukleonami.

### Produkcja pojedynczych pionów w modelu Rein'a-Sehgal'a

[H1] K. M. Graczyk, J. T. Sobczyk, *Form Factors in the Quark Resonance Model*, Phys. Rev. D77, 053001 (2008). Erratum: Phys.Rev. D79 (2009) 079903.

[H2] K. M. Graczyk, J. T. Sobczyk, *Lepton mass effects in weak CC single pion production*, Phys. Rev. D77, 053003 (2008).

Po obronie doktoratu jednym z moich pierwszych zadań badawczych była krytyczna dyskusja modelu Rein'a-Sehgal'a (RS) [26], zdefiniowanie jego najsłabszych stron i propozycja modyfikacji. Wyniki tego projektu zostały opublikowane w pracach [H1,H2], [32] oraz w komunikatach po-konferencyjnych [33, 34, 35, 36, 39, 40] (w cyklu prac przedłożonych do rozprawy habilitacyjnej nie włączałem komunikatów konferencyjnych). Model RS mimo swoich niedoskonałości jest wciąż głównym opisem teoretycznym używanym przez doświadczalników w analizie produkcji pojedynczych pionów indukowanych przez oddziaływań  $\nu N$  oraz  $\nu A$ . Jest on zawarty w większości generatorów zdarzeń Monte Carlo (MC) (z wyjątkiem generatora NuWro). Opiera się on na relatywistycznym modelu kwarkowym z grupą symetrii  $SU(6)$  oraz  $SU(3)_{zapach} \times SU(2)_{spin}$ . Wkład rezonansowy do produkcji pojedynczych pionów zadany jest przez elektro-słabe wzbudzenia  $N \rightarrow N^*$  opisane przez elementy macierzowe prądu hadronowego. Model uwzględnia w opisie 18 rezonansów z obszaru kinematycznego  $W < 2$  GeV. Postać prądu hadronowego została otrzymana przy założeniu, że lepton oddziałuje tylko z jednym kwarkiem w nukleonie. Prostota modelu objawia się występowanie w opisie tylko dwu czynników postaci: wektorowego  $G_V^{RS}$  oraz aksjalnego  $G_A^{RS}$ . Za punkt odniesienia w konstrukcji modelu został przyjęty nukleon. Zatem czynniki postaci zadane są przez wektorowy i aksjalny czynnik postaci nukleonu uzyskane z rozpraszania elastycznego  $ep$  i kwazi-elastycznego  $\nu n$  odpowiednio. Jednak należy podkreślić, że model RS nie miał za zadanie opisywać oddziaływań elastycznych/kwazi-elastycznych.

Zauważyliśmy [H1], że przewidywania modelu RS dla inkluzywnej funkcji struktury  $F_2$  dla protonu są znacząco mniejsze od pomiarów doświadczalnych, ale także od przewidywań otrzymanych w ramach innych, nowszych, modeli fenomenologicznych. Niezgodność ta dotyczy przede wszystkim pierwszego obszaru rezonansowego, najbardziej istotnego dla oddziaływań neutrin o energii 1 GeV. Ponieważ w modelu kwarkowym stan podstawowy jest zdegenerowany

i składa się z nukleonu oraz rezonansu  $\Delta(1232)$  zaproponowaliśmy by za punkt odniesienia traktować rezonans  $\Delta(1232)$  [H1] zamiast nukleonu i wykorzystać wektorowe czynniki postaci na elektromagnetyczne wzbudzenie  $N \rightarrow \Delta(1232)$  uzyskiwane z analizy pomiarów na elektro- i foto- produkcji rezonansów. Wyraziliśmy zatem  $G_V^{RS}$  przez funkcje  $C_i^V$  co poprawiło zgodność modelu RS z pomiarami inkluzywnymi na rozpraszanie  $ep$ . Warto podkreślić, że utrzymana została prostota modelu co pozwoliło w łatwy sposób wprowadzić modyfikację do już istniejących generatorów MC.

Kolejnym naturalnym udoskonaleniem modelu RS było wyrażenie aksjalnego czynnika postaci  $G_A^{RS}$  przez  $C_5^A$ . Aby uzyskać właściwą postać parametryzacji  $C_5^A$  dokonaliśmy analizy pomiarów przekrojów czynnych na rozpraszanie  $\nu p$ . Głównym źródłem informacji o procesach SPP indukowanych oddziaływaniem neutrin z nukleonami są pomiary dwu eksperymentów przeprowadzonych w Argonne National Laboratory [45] (nazywane później ANL) oraz w Brookhaven National Laboratory [46] (nazywane później BNL). Są to pomiary przekrojów czynnych na rozpraszanie neutrino-deuteron. Najnowsze eksperymenty neutrinowe dokonują pomiarów oddziaływań neutrin z jądrami atomowymi znacznie cięższymi niż deuter, to komplikują uzyskanie informacji o rezonansowych czynnikach postaci.

W pracy [H1] prezentujemy wyniki jednoczesnej analizy pomiarów ANL i BNL dla procesu (3.7), w którym dominujący wkład pochodzi od wzbudzenia rezonansowego  $p \rightarrow \Delta^{++}(1232)$ . Zanedbane zostały efekty deuteronowe. Jako wynik końcowy uzyskaliśmy dwa dopasowania  $C_5^A$  [H1]. W pierwszym przypadku założone zostało, że  $C_5^A(0) = 1.2$  co jest zgodne z pozadiagonalnym związkiem Goldberger'a-Treiman'a (ZGT), natomiast w drugim  $C_5^A(0)$  było parametrem fitu. Uzyskana wartość  $C_5^A(0) \approx 0.89$  okazała się niespójna z wartością ZGT. Model RS dla obydwu fitów odtwarzał dość dobrze przekroje czynne (całkowite i różniczkowe) eksperymentu ANL jednak jego przewidywania okazały się niezgodne z całkowitymi przekrojami czynnymi eksperymentu BNL. W związku z tym pojawiały się naturalne pytania: czy pomiary ANL i BNL są zgodne? Jaka jest wartość  $C_5^A(Q^2 = 0)$ ? Czy jest ona zgodna z relacją ZGT? Próba odpowiedzi na te pytania stała się motywacją do powstania kolejnych prac [H3,H4]. Problem niespójności pomiarów ANL i BNL był już zauważony wcześniej (choćby prezentacja [47]), jednak propozycję jego rozwiązania sprowadzały się do zaproponowania dwu różnych fitów, jeden zgodny z ANL drugi zgodny z pomiarami BNL [28]. Takie rozwiązanie skutkuje dużym błędem systematycznym na przewidywania modelowe.

Istotnym mankamentem modelu RS było zaniechanie w oryginalnym sformułowaniu, masy naładowanego leptonu w procesach typu CC. Neutrino akceleratorowe to głównie neutrino mionowe. Masa mionu jest na tyle duża, że nie może zostać pominięta w rachunkach teoretycznych. Co więcej, tzw. *efekt masy leptonu* jest większy dla oddziaływań antyneutrino, niż neutrin. Zatem zakładając, że przewidywania modelu RS są sensowne dla neutrin (model RS jest zwykle fitowany do pomiarów oddziaływań neutrin z nukleonami), przekroje czynne dla oddziaływań antyneutrino są przeszacowane. Ma to ważne praktyczne implikacje w przypadku analiz oscylacyjnych w szczególności pomiaru fazy  $\mathcal{CP}$ . Efekt masy leptonu indukuje również dodatkową różnicę pomiędzy przekrojami czynnymi na rozpraszanie neutrin elektronowych i mionowych co może mieć istotne implikacje w przypadku analiz oscylacyjnych dla procesu  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  [48] –

różnice te zamierza zbadać systematycznie eksperyment NuSTORM [49]. W pracy [H2] zaproponowane zostały modyfikacje modelu RS uwzględniające masywność naładowanego leptonu wraz z dyskusją tzw. *efektu masy leptonu*. Uwzględnienie masy leptonu w kinematyce jest trywialne. Jednak w przypadku gdy masa leptonu jest niezerowa należy rozważyć dodatkowe hadronowe elementy macierzowe, między innymi wkład wynikający z hipotezy PCAC (*eng. partially conserved axial current* – częściowo zachowany prąd aksjalny). Ciekawą obserwacją było zauważenie, że największy wkład do efektu masy leptonu pochodzi od modyfikacji prądu hadronowego związanej z PCAC. Objawia się dużą redukcją przekroju czynnego w małym  $Q^2$  dla oddziaływań antyneutrino.

Propozycje modyfikacji modelu RS tak aby uwzględniał masę leptonu pojawiły się również w pracach [50, 51]. Ich autorzy zaproponowali mniej eleganckie (rachunkowo) podejście niż w pracy [H2] (trudniejsze w implementacji). Ponadto grupa prof. Naumova [50] nie uwzględniła wkładu PCAC.

Oprócz omówionych wyżej modyfikacji uzupełniliśmy model o kilka brakujących rezonansów (5 rezonansów z masą centralną poniżej 2 GeV oraz dwa rezonanse z masami nieco większymi niż 2 GeV). Okazało się jednak, że ich wkład do przekrojów czynnych na produkcje pionów jest niewielki. Dlatego dyskusja tego aspektu znalazła się tylko w wystąpieniach konferencyjnych [52, 39].

Zaproponowane przez nas modyfikacje oraz nowe fity czynników postaci zostały wprowadzone do kilku generatorów MC używanych w analizach eksperymentów neutrinowych [43, 53, 54, 56]. Warto podkreślić, że generator MC NEUT, używany w analizach eksperymentu T2K w swojej najnowszej wersji z 2015 roku zawiera poprawki zaproponowane w [H1].

Na zakończenie niech mi będzie wolno wspomnieć, że wprowadzone modyfikacje czynników postaci wektorowych i aksjalnych poprawiają manifestowanie się dualności kwarkow-hadronowej w modelu RS [39].

## Wzbudzenie $N \rightarrow \Delta(1232)$ i rola wkładów nierezonansowych

[H3] K. M. Graczyk, D. Kielczewska, P. Przewlocki, J.T. Sobczyk,  $C_5^A$  axial form factor from bubble chamber experiments, Phys.Rev. **D80**, 093001 (2009).

[H4] K. M. Graczyk, J. Zmuda, J. T. Sobczyk, Electroweak Form Factors of the Delta(1232) Resonance, Phys. Rev. **D90**, 093001 (2014).

Naturalną kontynuacją pracy [H1] była praca [H3], a następnie [H4]. Naszym celem było wyjście w opisie teoretycznym procesów SPP poza model RS, w szczególności bardziej spójnie teoretycznie modelowanie tzw. wkładów nierezonansowych. Z punktu widzenia fenomenologicznego ważnym celem było zbadanie czy pomiary przekrojów czynnych na produkcje pionów w kanale  $\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$  eksperymentów ANL i BNL są statystycznie konsystentne oraz uzyskanie nowych spójnych (jeśli to możliwe) dopasowań dla czynnika postaci  $C_5^A$ .

W pracy [H3] do opisu rezonansu  $\Delta(1232)$  użyliśmy modelu Rarity-Schwingera. Podobnie jak w [H1] dokonaliśmy analizy pomiarów dla kanału (3.7), gdzie wkład od rezonansu

$\Delta(1232)$  jest dominujący, a tło nie-rezonansowe w pierwszym przybliżeniu może zostać zaniebane. Uwzględnione zostały również efekty deuteronowe. W praktyce aby wyliczyć wartość  $\chi^2$  dla ustalonych parametrów modelu należało wykonać kilkadziesiąt całkowań (dla każdego punktu liczone były całki wielokrotne), dlatego by zwiększyć efektywność obliczeń różniczkowe przekroje czynne były korygowane o wyliczone wcześniej poprawki deuteronowe.

Główną ideą naszego podejścia statystycznego było uwzględnienie w analizie, poza przekrojami czynnymi różniczkowymi, całkowitych przekrojów czynnych. Okazało się, że konsystentna analiza pomiarów ANL i BNL wymaga uwzględnienia systematycznych błędów normalizacyjnych, które do tej pory nie były brane pod uwagę w analizach fenomenologicznych. Ich uwzględnienie wymagało odpowiedniej konstrukcji funkcji  $\chi^2$  oraz wprowadzenia dodatkowych parametrów fitu tzw. normalizacji. Jednym ze źródeł tego pomysłu była praca [H5] (powstawała równoległe do [H3]), w której w podobny sposób sprawdzałem spójność pomiarów dla rozpraszania elastycznego *ep*. W przypadku analiz neutrinowych błędy normalizacyjne są związane z niepewnością systematyczną na pomiar całkowitej liczby zdarzeń. Błąd ten szacowany jest na podstawie analizy pomiarów typu CCQE i związany jest z niepewnością na pomiar aksjlanego czynnika postaci. Pokazaliśmy, że uwzględnienie poprawek deuteronowych oraz uwzględnienie błędów normalizacyjnych pozwala uzyskać spójne statystycznie dopasowania czynnika postaci  $C_5^A$  do danych ANL i BNL, które są zgodne z ZGT.

Warto zaznaczyć, że praca [H3] była pierwszą w literaturze, w której spójność pomiarów ANL i BNL dyskutowana jest w sposób ilościowy. Nasza praca zainicjowała kolejne rozważania nt. konsystencji pomiarów ANL i BNL. Grupa z Valencii [29] dokonała podobnej jak nasza dyskusji, w której zastosowano model na produkcje pionów zawierający wkłady nierezonansowe (wynikające z symetrii chiralnej). Ich podejście statystyczne również uwzględniało błędy systematyczne, ale użyli innej konstrukcji funkcji  $\chi^2$ . Okazało się, że uwzględnienie wkładów od tzw. tła nierezonansowego prowadzi do redukcji  $C_5^A(0) \rightarrow 1.00$  co w efekcie jest wynikiem niezgodnym z wartością ZGT. Kolejnym istotnym wkładem do dyskusji jest praca [55], w której wykazano, że stosunki przekrojów czynnych CCQE/SPP dla obydwu eksperymentów są spójne. Istotnie błąd normalizacyjny bierze się z analizy pomiarów CCQE, stąd wynik grupy [55] jest uzupełniającym, do naszego argumentem na zgodność ANL z BNL. W sposób jakościowy dyskusja braku spójności pomiędzy pomiarami ANL i BNL były także przeprowadzona przez grupę Mosela np. w pracy [44].

Uzyskane czynniki postaci znalazły praktyczne zastosowanie. Są bowiem wprowadzone do generatora zdarzeń Mote Carlo NuWro [57, 93]. W pracy [H3] użyliśmy generator NuWro by pokazać zgodność naszych wyników z nowymi pomiarami całkowitych przekrojów czynnych dla eksperymentu MiniBooNE.

W pracach [H1] i [H3] dyskutowany był wyłącznie kanał SPP na protonie (3.7). W przypadku procesów (3.8) eksperymenty ANL i BNL także opublikowały różniczkowe przekroje czynne oraz rozkłady zdarzeń, które mogą zostać wykorzystane do badania własności modeli teoretycznych. Okazało się, że modele, które oryginalnie dopasowane zostały do pomiarów dla kanału (3.7) nie odtwarzają spójnie danych ANL dla pozostałych kanałów. Głębsze zbadanie tej niespójności było jednym z celów pracy [H4].

W przypadku kanałów na rozpraszanie neutron na neutronie nie można zaniedbać tzw. wkładów nierezonansowych, które zwykle zadają się efektywnie przez tzw. diagramy Borna [31]. W naszej analizie dyskutowaliśmy wkłady nierezonansowe zaproponowane w pracach [31] oraz [58]. Zakładając symetrie chiralną dla oddziaływań silnych, można skonstruować efektywny Lagrangian, który na poziomie wkładów drzewiastych będzie opisywał wkłady nierezonansowe [58]. Należy jednak pamiętać, że opis ten jest dobrze uzasadniony dla energii progowych  $W \sim M + m_\pi$ . Dodatkowo nieoczywisty jest wybór względnego znaku pomiędzy diagramami tła nierezonansowego, a rezonansowymi. W naszym pierwszym podejściu do problemu próbowaliśmy ustalić znak ten na podstawie analizy statystycznej pomiarów. Jednak nie dostaliśmy wyników warty publikacji.

Dyskusję modeli na produkcję SPP dla wszystkich trzech kanałów CC rozpoczęliśmy od porównania przewidywań teoretycznych z inkluzywnymi pomiarami rozpraszania  $ep$ . Okazało się, że obydwa dyskutowane przez nas model teoretyczne niezbyt dobrze odtwarzają pomiary elektronowe na swobodnych nukleonach. Głównym źródłem problemu były wektorowe czynniki postaci dla wzbudzenia  $N \rightarrow \Delta(1232)$ . W dyskutowanych przez nas modelach wkład wektorowy dla rezonansu  $\Delta(1232)$  był zadany przez czynniki postaci z pracy [42], które zostały uzyskane z analizy pomiarów na elektro-produkcje i foto-produkcje rezonansów w ramach modelu MAID [41]. Ponieważ opis wkładów tła nierezonansowego w modelu MAID jest innych niż w modelach przez nas dyskutowanych używanie parametryzacji z pracy [42] (tak jak było czynione do tej pory przez wiele grup neutronowych) jest niewłaściwe. Dokonaliśmy zatem analizy pomiarów funkcji struktury protonu  $F_2$  z rozpraszania inkluzywnego  $ep$  i na tej podstawie otrzymaliśmy nowe dopasowania dla czynników postaci  $C_i^V$ . Uzyskany model SPP dla oddziaływań elektronów na nukleonach został zaimplementowany do generatora zdarzeń eWro, wersji NuWro dla oddziaływań elektronów [93].

Eksperyment ANL, w przeciwieństwie do eksperymentu BNL opublikował dla procesów (3.8) rozkłady zdarzeń z cięciem kinematycznym  $W < 1.4$  GeV. Dzięki temu w analizie, można było zaniedbać wkłady od cięższych rezonansów, których opis wprowadza do dyskusji kolejne założenia modelowe. Podobnie jak w pracy [H3] uwzględniliśmy poprawki deuteronowe. Jednak dzięki dostępowi do klastra obliczeniowego dużej mocy [59] rachunki numeryczne zostały wykonane bez dodatkowych przybliżeń. Nasza analiza wykazała niezgodność pomiędzy pomiarami dla procesów  $\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$ ,  $\nu n \rightarrow \mu^- p \pi^0$  a pomiarami dla procesu  $\nu n \rightarrow \mu^- n \pi^+$ . Źródła niespójności nie są jasne. Wiadomo, że pomiary ANL dla procesów (3.8) mają małą statystykę. Z drugiej strony pamiętać należy również, że zaniedbane zostały oddziaływania wtórne w kanałach na neutronie oraz, że model tła nierezonansowego jest dobrze uzasadniony tylko w obszarze bliskim progu na produkcje pionów. W pracy [60] zasugerowano, że oddziaływań wtórnych w przypadku procesu  $\nu n \rightarrow \mu^- n \pi^+$  nie można zaniedbać. Jednak nie została przedstawiona ilościowa dyskusja dla pomiarów ANL.

Podsumowując w pracy [H4] (materiał ten w nieco rozszerzonej wersji zawarty jest również w pracy po-konferencyjnej [61]) dyskutowaliśmy konsystentny teoretycznie model na produkcję pojedynczych pionów, dokonaliśmy ilościowej analizy wszystkich trzech kanałów CC na SPP pomiarów ANL. Jest to pierwsza taka analiza opublikowana w literaturze fachowej. W wyni-

kiem naszych rozważań było uzyskanie poprawionego dopasowania dla czynnika postaci  $C_5^A$ , które okazało się zgodne z ZGT, jednak nie udało się otrzymać opisu teoretycznego spójnego z pomiarami dla wszystkich trzech kanałów na produkcje pionów dla eksperymentu ANL.

### Efekty hadronowe w rozpraszaniu elastycznym $ep$ – wkład dwu-fotonowy

[H5] W. M. Alberico, S. M. Bilenky, C. Giunti, K. M. Graczyk, *Electromagnetic form factors of the nucleon: New fit and analysis of uncertainties*, Phys. Rev. **C79**, 065204 (2009).

[H6] K. M. Graczyk, P. Plonski, R. Sulej, *Neural Network Parameterizations of Electromagnetic Nucleon Form Factors*, JHEP09 (2010) 053.

[H7] K. M. Graczyk, *Two-Photon Exchange Effect Studied with Neural Networks*, Phys. Rev. **C84**, 034314 (2011).

Powyżej omawiałem wyniki prac poświęconych oddziaływaniu nieelastycznemu neutrin z nukleonami. Aby uzyskać poprawny model teoretyczny należało uwzględnić szereg efektów związanych ze złożoną strukturą hadronową nukleonów i rezonansów. Ważnym elementem przedstawionej dyskusji było krytyczne porównanie modeli neutrinowych z pomiarami elektronowymi. Z punktu widzenia fizyki neutrin fizyka oddziaływań elektronów z nukleonami i jądrami atomowymi jest nauką precyzyjną, w której w ostatnich latach w przypadku dyskusji choćby elastycznego rozpraszania elektronów na nukleonach pojawiło się kilka ciekawych problemów, których rozwiązanie jest ważne nie tylko z punktu widzenia fizyki elektronów czy studiów struktury nukleonu, ale potencjalnych zastosowań w fizyce neutrin. Problem rozmiaru protonu i rola poprawek TPE w rozpraszaniu elastycznym  $ep$  są przykładem takich zagadnień. W ich dyskusji centralną rolę odgrywają EM czynniki postaci nukleonu.

Teoretyczne przewidywania czynników postaci nukleonu są wciąż dalekie od pomiarów eksperymentalnych [25]. Zatem wciąż główną informacją o ich własnościach pochodzi z analizy pomiarów rozproszeniowych. Elektromagnetyczne czynniki postaci są niezbędne aby opisać wkład wektorowy do amplitudy opisującej oddziaływanie kwazielastyczne/elastyczne neutrin z nukleonami. Dokładne oszacowanie niepewności na te wkłady jest ważne ze względu na pomiar akasjalnego czynnika postaci oraz w przypadku pomiaru dziwności nukleonu [62].

Głównym celem pracy [H5] było uzyskanie nowych dopasowań dla elektromagnetycznych czynników postaci nukleonu. Szczególny nacisk został położony na otrzymanie niepewności na przewidywania czynników postaci tak aby można było je zastosować w analizach pomiarów neutrinowych oraz w dyskusji dziwności nukleonu w oddziaływaniu elastycznym  $ep$  i  $\nu N$ . Ważnym celem pracy [H5] było także zbadanie czy istotnie, aby uzyskać spójne statystycznie dopasowania dla czynników postaci protonu (z globalnej analizy przekrojów czynnych na rozpraszanie  $ep$  i pomiarów polaryzacyjnych PT) należy uwzględnić dodatkową poprawkę hadronową tzn. poprawkę TPE. W tym celu wykonana została globalna analiza różniczkowych przekrojów czynnych (uśrednionych po spinach) na rozpraszanie  $ep$ , pomiarów stosunku (3.3) (pomiarów polaryzacyjne) oraz pomiarów czynników postaci elektrycznego i magnetycznego dla neutronu. Okazało się, że należy uwzględnić względne normalizacje pomiędzy niezależnymi zbiorami po-

miarowymi oraz wprowadzić dodatkowy wkład interpretowany jako poprawka TPE, której postać funkcjonalna w [H5] była motywowana przez symetrię krzyżową i ładunkową amplitudy oddziaływania. Założyliśmy, że brak spójności pomiędzy pomiarami Rosenbluth’owskimi oraz PT będzie skutkowało uzyskaniem dopasowania fenomenologicznego wkładu interpretowanego jako poprawka TPE. Aby dokładniej oszacować niepewności statystyczne użyliśmy algorytmu na bazie generatora łańcuchów Markowa. Wynikiem pracy [H5] było także pojawienie się szeregu pytań, które stały się przyczynkiem do kolejnych moich badań. Jednym z podstawowych problemów był wybór postaci funkcjonalnej parametryzacji czynników postaci oraz wkładu TPE. Wyniki teoretyczne [63] sugerują, że czynniki postaci w przypadku dużych przekazów cztero-pędu powinny się zachowywać jak  $1/Q^4$  lub  $1/Q^6$ . Z drugiej strony na bazie analizy dyspersyjnej można określić własności analityczne czynników postaci [64]. W praktyce istnieje duża dowolność w wyborze postaci funkcjonalnej oraz liczbie swobodnych parametrów zadających czynniki postaci. Spektakularnym przykładem jest zależność wartości promienia protonu (uzyskanej z analizy pomiarów rozproszeniowych) od założeń co do postaci funkcjonalnej czynników postaci [H10]. Pojawia się zatem naturalne pytanie: w jaki sposób parametryzować czynniki postaci oraz poprawkę TPE? Ile parametrów powinien zawierać fit? Jak dostać najbardziej obiektywny model? Jak zredukować wpływ wyboru konkretnej postaci funkcjonalnej na wyniki fitów? Idealnym rozwiązaniem byłoby zastąpienie zdrowego rozsądku i doświadczenia naukowca przeprowadzającego analizę przez obiektywny matematyczny algorytm, który pozwoli uzyskać model statystyczny dla czynników postaci oraz TPE, który odtwarzać będzie dobrze już istniejące pomiary i jednocześnie będzie prowadził do przewidywań zgodnych z przyszłymi pomiarami.

Zwiększanie liczby parametrów w dopasowaniu prowadzi zwykle do obniżenia wartości funkcji błędu w minimum (w typowej analizie jest to funkcja  $\chi^2$ ). Jednak przy pewnej liczbie parametrów dopasowanie będzie zbyt dokładne i zacznie odtwarzać statystyczne fluktuacje punktów doświadczalnych. Mówimy, że taki model jest przeuczony lub nadmiernie dopasowany. Zgodnie z zasadą brzytwy Ockhama poszukujemy modelu ze stosunkowo niewielką liczbą parametrów. Model ze zbyt małą liczbą parametrów może nie odtwarzać pomiarów z oczekiwaną dokładnością a jego przewidywania będą również niezgodne z nowymi pomiarami (niezawartymi w analizie). Dodatkowo należy zaznaczyć, że fity przeuczone/niedopasowane charakteryzują się odpowiednio przeszacowaną/niedoszacowaną niepewnością [H6]. Zatem model najbardziej optymalny jest kompromisem pomiędzy fitem przeuczonym, a niedopasowanym. W statystyce problem ten nazywany jest *eng. bias-variance trade-off dilemma*. Okazuje się, że metody statystyki Bayesowskiej pozwalają w sposób konsystentny znaleźć najbardziej optymalne rozwiązanie [65].

Wszystkie jak dotychczas (poza moimi pracami) analizy poświęcone czynnikom postaci oraz poprawce TPE opierają się na o metodach statystyki częstościowej. W przypadku fizyki cząstek elementarnych, czy fizyki jądrowej metody statystyki Bayesowskiej mogą być bardziej użyteczne [67]. Posiada ona bowiem narzędzia, które pozwalają w sposób ilościowy oszacować błąd systematyczny związany z poczynionymi założeniami modelowymi jak i porównać ilościowo różne model teoretyczne. Oszacowanie takiego błędu jest szczególnie ważne z punktu widzenia

testowania modeli teoretycznych [68, 69, 70].

W przypadku podejścia Bayesowskiego model statystyczny zadany jest przez: funkcje  $\mathcal{N}$  wraz ze zbiorem parametrów  $\{w_i\}$ , która jest dopasowywana do punktów pomiarowych  $\mathcal{D}$  oraz prawdopodobieństwa warunkowe:  $P(w_i|\mathcal{N})$  (prawdopodobieństwo a priori), które zadają założenia początkowe modelu oraz funkcja wiarygodności  $P(\mathcal{D}|w_i, \mathcal{N})$ . Dla każdego modelu (typu funkcji)  $\mathcal{N}$  możemy wyliczyć prawdopodobieństwo warunkowe  $P(\mathcal{N}|\mathcal{D})$ , które pozwala określić jak bardzo dany model  $\mathcal{N}$  jest preferowany przez pomiary  $\mathcal{D}$ . W przypadku ustalonego modelu  $\mathcal{N}$  najbardziej prawdopodobna konfiguracja parametrów  $\{w_i\}_{MP}$  maksymalizują prawdopodobieństwo a posteriori

$$P(\{w_i\}|\mathcal{D}, \mathcal{N}) = \frac{P(\mathcal{D}|\{w_i\}, \mathcal{N})P(\{w_i\}|\mathcal{N})}{P(\mathcal{D}|\mathcal{N})}. \quad (3.11)$$

W większości przypadków (analiz) prawdopodobieństwo (3.11) ma wyraźne maksimum dla  $\{w_i\}_{MP}$  wówczas [71]:

$$P(\mathcal{D}|\mathcal{N}) \approx P(\mathcal{D}|\{w_i\}_{MP}, \mathcal{N}) \underbrace{(2\pi)^{\frac{W}{2}} (\det A)^{-\frac{1}{2}}}_{\text{czynnik Ockhama}}, \quad (3.12)$$

gdzie  $W$  jest liczbą elementów zbioru  $\{w_i\}$ , natomiast  $A_{ij} = -\nabla_{w_i} \nabla_{w_j} \ln P(\{w_i\}|\mathcal{D}, \mathcal{N})|_{\{w_i\}_{MP}}$ .  $P(\mathcal{D}|\mathcal{N})$  jest prawdopodobieństwem, które pozwala klasyfikować modele. Model najbardziej preferowany przez pomiary  $\mathcal{D}$  maksymalizują  $P(\mathcal{D}|\mathcal{N})$ . Zauważmy, że wyrażenie (3.12) zawiera tzw. czynnik Ockhama, który maleje gdy przestrzeń parametrów jest coraz większa. Widzimy więc, że modele o dużej liczbie parametrów są w naturalny sposób karane poprzez czynnik Ockhama [65]. Co więcej ponieważ na początku typowej Bayesowskiej analizy nie preferujemy żadnego z rozważanych modeli (parametryzacji). Oznacza to, że funkcję  $P(\mathcal{D}|\mathcal{N})$  można przybliżyć prawdopodobieństwem a posteriori

$$P(\mathcal{N}|\mathcal{D}) \quad (3.13)$$

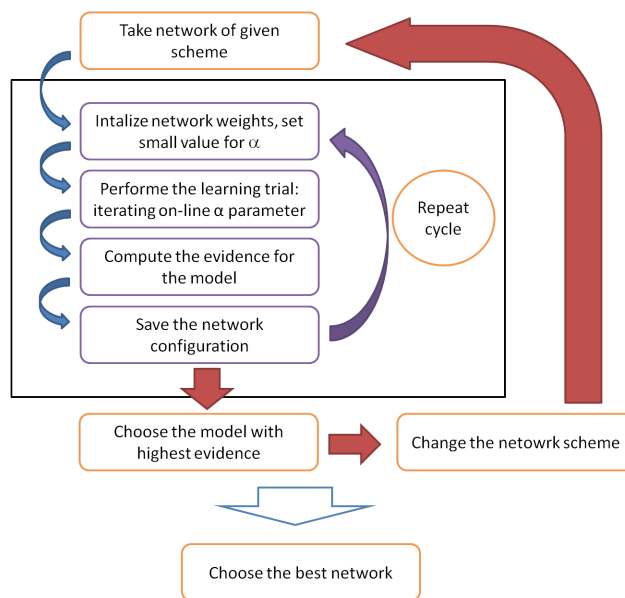
nazywanym później z angielska *evidence*. Wielkość ta pozwala klasyfikować modele i wybrać najbardziej preferowany przez pomiary doświadczalne.

Ilościowe porównanie różnych fitów zadających czynniki postaci nukleonu wymaga rozważenia szerokiej klasy funkcji. Jednak muszą to być parametryzacje w przypadku, których można w łatwy sposób, przy niewielkiej liczbie założeń początkowych, skonstruować prawdopodobieństwa a priori, a posteriori oraz evidence. Bardzo dobrym kandydatem do bez-modelowej analizy pomiarów są jednokierunkowe wielo-warstwowe sztuczne sieci neuronowe. Inspiracją do ich użycia w modelowaniu czynników postaci nukleonu były prace grupy NNPDF [72], poświęcone modelowaniu partonowych funkcji dystrybucyjnych. Grupa NNPDF stosuje jednak zupełnie inne metody statystyczne (niebayesowskie) niż te stosowane w pracach autora referatu.

Jednokierunkowa sieć neuronowa, oznaczana przez  $\mathcal{N}$ , jest odwzorowaniem nieliniowym, które można zilustrować odpowiednim grafem. Jej najważniejsza własność zawarta jest w



twierdzeniu Cybenki [73], które mówi, że: *za pomocą jednokierunkowej sieci neuronowej z jedną warstwą ukrytą i z sigmoidalnymi funkcjami aktywacyjnymi w tej warstwie oraz liniowymi funkcjami aktywacyjnymi w warstwie wyjścia, można z zadaną dokładnością aproksymować dowolną funkcję ciągłą*. Zatem jednokierunkowe sieci neuronowe mogą zostać użyte do aproksymacji czynników postaci nukleonu oraz wkładu TPE. Można zaproponować wiele ro-



Rysunek 3.5: Schemat typowej Bayesowskiej analizy [H6,H7,H10].

dzajów funkcji, które mogą zostać użyte do bezmodelowej analizy pomiarów np. wielomiany. Zaletą sieci neuronowych jest to, że w tym przypadku można łatwo, korzystając tylko z bardzo ogólnych założeń, zaproponować bezmodelowe rozkłady prawdopodobieństwa.

Typowym założeniem początkowym jest założenie, że parametry sieci neuronowej (wagi sieci)  $\{w_i\}$  zadane są przez rozkład Gaussa  $P(\{w_i\}|\mathcal{N}) \sim \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_i \alpha_i w_i^2\right)$ . Stałe  $\{\alpha_i\}$  nazywane są regularyzatorami i na początkowym etapie analizy przyjmują niewielkie wartości, co odpowiada szerokiemu rozkładowi Gaussa pokrywającemu wszystkie prawdopodobne wartości wag. Gdy regularyzatory są bardzo duże, co odpowiada silnie określonym założeniom początkowym co do wartości wag, człon a prior'i dominuje w wyrażeniu (3.11). Wówczas w wyniku analizy dostaniemy model niedopasowany. Gdy regularyzatory są niewielkie, co zadają dużą dowolność na wartości wag, wówczas funkcja wiarygodności jest dominująca w wyrażeniu (3.11). W takim wypadku dostaniemy jako najlepszy wynik model przeuczony. Oznacza to, że parametry  $\{\alpha_i\}$  są także parametrami modelowymi i powinny być wyznaczone w ramach analizy Bayesowskiej.

Głównym problemem podejścia Bayesowskiego jest wyliczenie wszystkich niezbędnych rozkładów prawdopodobieństw. W moich pracach zastosowałem podejście zaproponowane przez D. MacKay'a [71], zobacz także [H6,H7], [66]. Metoda ta opiera się na hierarchicznej konstrukcji

kolejnych rozkładów prawdopodobieństw dla wszystkich parametrów modelu. W ramach tego przybliżenia można obiektywnie wyznaczyć rozmiar sieci (liczbę neuronów), optymalne wartości wag i regularyzatorów oraz obliczyć niepewności na parametry modelu oraz jego przewidywania. Wreszcie można dokonać obiektywnej klasyfikacji rozważanych modeli.

Praca [H6] była pierwszą gdzie zaprezentowane zostały możliwości podejścia Bayesowskiego dla sieci neuronowych w zastosowaniu do modelowania elektromagnetycznych czynników postaci nukleonu. Na potrzeby analizy powstały dwa programy komputerowe (jeden rozwijany przez dra Suleja i mgra Płońskiego oraz drugi przeze mnie), za pomocą których równolegle przeprowadzane zostały wszystkie analizy Bayesowskie. Optymalna konfiguracja parametrów  $\{w_i\}$  modelu maksymalizuje funkcje a posteriori (minimalizują pewną funkcję błędu). Jednak nie jest to zwykle zagadnienie na szukanie ekstremów, bowiem należy wyznaczyć również wartości regularyzatorów. W pracy [H6] użyliśmy kilku gradientowych algorytmów uczących (do tzw. propagacji wstecznej): rPROP, QuickProp, algorytm Levenberga-Marquardta. Bayesowskiej analizie poddane zostały pomiary elektrycznego i magnetycznego czynnika postaci protonu i neutronu. Głównym celem pracy [H6] było adaptacja oraz zaprezentowanie możliwości podejścia Bayesowskiego dla sieci neuronowych. W przeciwieństwie do innych prac, których celem było/jest uzyskanie dopasowań dla czynników postaci, rozważyliśmy duży zbiór różnych parametryzacji. Okazało się, że aby uzyskać najlepsze dopasowania wystarczyło rozważyć sieci o liczbie neuronów w warstwie ukrytej nie większej niż pięć. W praktyce optymalne dopasowanie (te dla którego wartość evidence była największa) było wybierane na podstawie analizy kilku tysięcy modeli otrzymanych w procesie uczenia sieci dla danego typu czynnika postaci. Typowy schemat analizy numerycznej prezentuje Rys. 3.5. Otrzymane dopasowania, podobnie jak te z pracy [H5], są zaimplementowane w generatorze MC NuWro.

W kolejnej pracy [H7] metody sieci neuronowych zostały zaadoptowane do bardziej ambitnego zadania: uzyskania czynników postaci oraz wkładu interpretowanego jako poprawka TPE. Jak już wspomniałem wyżej uzyskanie poprawki TPE zależy od złożonych modelowych dotyczących funkcjonalnej postaci czynników postaci oraz wkładu TPE. Aby osiągnąć zakładany cel musiałem znacząco rozwinąć o nowe funkcjonalności bibliotekę C++ sieci neuronowych. Należało uwzględnić w algorytmie uczącym iteracyjną zmianę parametrów normalizacyjnych dla różnych zbiorów pomiarowych. Aby uzyskać dopasowania dla poprawki TPE wykonana została globalna analiza różniczkowych przekrojów czynnych, pomiarów polaryzacyjnych oraz pomiarów stosunku (3.4). Była to bardziej skomplikowane obliczenia numeryczne niż te z pracy [H6]. Czynniki postaci EM protonu, poprawka TPE zadana był przez jedną sieć neuronową. Rozważyłem sieci mające od dwóch do dwunastu neuronów, ale w 45 różnych konfiguracjach neuronów, w warstwie ukrytej. W wyniku analizy otrzymałem około 45 000 różnych sieci neuronowych z różnymi konfiguracjami wag (zużyte zostało około 3000 CPU×h). Najlepszy model maksymalizował evidence. W ogólności wkład TPE nietrywialnie zależy od zmiennych  $Q^2$  oraz  $\varepsilon$  (stopień spolaryzowania fotonu). Używając sieci neuronowych można rozważyć dowolną postać funkcjonalną dla wkładu TPE, w przeciwieństwie do podejścia z pracy [H5], gdzie podobnie jak w wielu innych analizach (zobacz np. [75]) zależność od  $Q^2$  była z góry zadana. Zauważmy, że parametryzacja wkładu TPE zadana przez sieć neuronową jest nieliniową funk-

cją w  $Q^2$  i  $\varepsilon$ . Jednak globalna analiza Bayesowska prowadzi do dopasowania, które zachowuje się liniowo w  $\varepsilon$ . Podobny wynik uzyskany został wcześniej w pracy [76] ale w ramach innego modelu statystycznego. Jest to o tyle ważne stwierdzenie, że zaobserwowanie nieliniowości w zmiennej  $\varepsilon$  mogłoby być interpretowane jako bezpośredni dowód na to, że brakująca poprawka do przekroju czynnego pochodzi od wkładów TPE.

Analiza z pracy [H7] została częściowo powtórzona w pracy [66]. Był to artykuł zaproszony do specjalnego tomu [70] poświęconego metodom statystycznym w fizyce jądrowej i cząstek elementarnych. Naszym celem było omówienie i pokazanie siły podejścia Bayesowskiego. Obliczenia numeryczne wykonane zostały przy użyciu znacząco zmodyfikowanego programu z nowym szybkim algorytmem uczącym. W tej analizie rozważyliśmy większą liczbę schematów sieci ( $\sim 102$ ). W wyniku procesu uczenia uzyskaliśmy 226000 sieci neuronowych. Jednak z punktu widzenia fizycznego uzyskaliśmy wyniki zgodne z pracą [H7] (dlatego praca ta nie została włączona do omawianego dorobku). Warto wspomnieć, że model, który minimalizował funkcję błędu  $\chi^2$  nie był modelem, który maksymalizował evidence. Ponadto na Rys. 7 z pracy [66] widać jeszcze bardziej istotną niż w pracy [H7] zależność dopasowań wkładu TPE od założeń modelowych. Pokazuje to potrzebę użycia, w tego typu analizach, obiektywnego algorytmu, który wskaże najlepszy model fenomenologiczny i zastąpi intuicję ludzką.

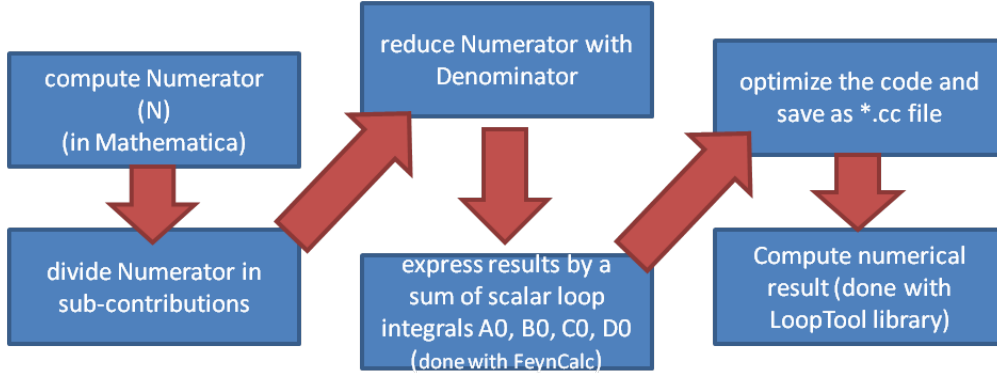
## Przewidywania teoretyczne poprawki TPE oraz wkładu dwu bozonowego w oddziaływaniach neutrin

[H8] K. M. Graczyk, *Comparison of Neural Network and Hadronic Model Predictions of Two-Photon Exchange Effect*, Phys. Rev. **C88**, 065205 (2013).

[H9] K. M. Graczyk, *Relevance of Two-Boson Exchange Effect in Quasi-elastic Charged Current Neutrino-Nucleon Interaction*, Phys. Lett. **B732**, 315 (2014).

Głównym celem pracy [H8] było otrzymanie przewidywań teoretycznych poprawki TPE, a następnie porównanie ich z wynikami prac [H5,H7]. Pozwoliło to na weryfikację poczynionych założeń modelowych w pracach fenomenologicznych jak i zbadania własności stosowanego podejścia teoretycznego.

Poprawkę TPE można wyliczyć korzystając z metod kwantowej teorii pola. W podejściu tym nukleony i rezonanse są traktowane jako stopnie swobody, natomiast informacja o złożonej strukturze hadronowej jest zawarta w wierzchołkach oddziaływania. Wkład TPE zadany jest przez diagramy boxowe. Poprawkę TPE można rozłożyć na wkład elastyczny czyli taki, w którym hadronowy stan pośredniczący jest wirtualnym nukleonem oraz wkład nieelastyczny opisany diagramami ze stanami pośredniczym zadany przez rezonanse. Kolejnym założeniem modelowym jest parametryzowanie wierzchołków oddziaływania  $\gamma^*NN$  oraz  $\gamma^*NN^*$  identycznie jak w przybliżeniu jedno-fotonowym. Skomplikowana struktura wierzchołków oddziaływania skutkuje dużą złożonością amplitudy zadającej poprawkę TPE. W pełni rozwikłana formuła analityczna tej poprawki zajęłaby kilkaset tysięcy kartek maszynopisu. Dlatego prezentuję się tylko jej wartości numeryczne. W praktyce wkład TPE jest zadany przez kombinację liniową



Rysunek 3.6: Schemat blokowy obliczania poprawki TPE w ramach podejścia teorio-polowego zastosowanego w pracy [H8,H9].

całek jedno-pętlowych postaci:

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{N(l^2, p' \cdot l, q \cdot l, k' \cdot l)}{[(q+l)^2 - m_b^2]^n [l^2 - m_c^2]^m [(q+l)^2 + i\epsilon][l^2 + i\epsilon][(k'-l)^2 - m^2 + i\epsilon][(p'+l)^2 - M_{N,\Delta}^2 + i\epsilon]} \quad (3.14)$$

gdzie  $n, m = 1, 2$   $m_{a,b,c}$  są parametrami masowymi,  $m$  to masa elektronu,  $N(l^2, p' \cdot l, q \cdot l, k' \cdot l)$  jest wielomianem 4 i 6 rzędu w  $l$  dla wkładu z nukleonem i rezonansem jako stanem pośredniczącym odpowiednio. Wyrażenie (3.14) było rozkładane na całki skalarne Passarino-Veltman'a. Rozkłady zostały uzyskane przy pomocy pakietu FeynCalc (korzystając z programu Wolfram Mathematica). Okazało się jednak, że niektóre całki miały zbyt skomplikowaną strukturę aby użyć rutyn FeynCalc'a. Po konsultacji z jednym z autorów pakietu (z Thomas'em Hahn'em) zdecydowałem się na napisanie dodatkowych rutyn, które dokonywały odpowiednich redukcji licznika i mianownika całki (3.14) do postaci, która była już odpowiednia dla pakietu FeynCalc. Mając poprawkę TPE rozłożoną na całki skalarne jedno-pętlowe ich wartości numeryczne wyliczałem korzystając z pakietu LoopTool. Schemat przeprowadzonych rachunków przedstawiony został na Rys. 3.6.

W przypadku gdy wkład TPE zadany jest przez całki pętlowe, aby wykonać obliczenia należało założyć, że czynniki postaci zadane są przez funkcje typu:

$$F_i(t)/C_i^V(t) = \sum_{k=1} \sum_{j=1} \frac{f_i^{k,j}/c_i^{k,j}}{(t - M_{i,k,j}^2)^k}.$$

W podobnych obliczeniach wykonanych wcześniej np. przez grupę Blunden *et al.* [77] dyskutowano czynniki postaci o wykładniku  $k = 1$ . Jednak wiadomo, że taka postać funkcjonalna elektromagnetycznych czynników postaci nukleonu jest mało fizyczna. Dlatego w moich rozważaniach użyłem parametryzacji o wykładniku  $k = 1$  oraz  $k = 2$ . Drugi przypadek prowadził do bardziej skomplikowanej postaci analitycznej wkładu TPE, nie dyskutowanego w pracach wcześniejszych.

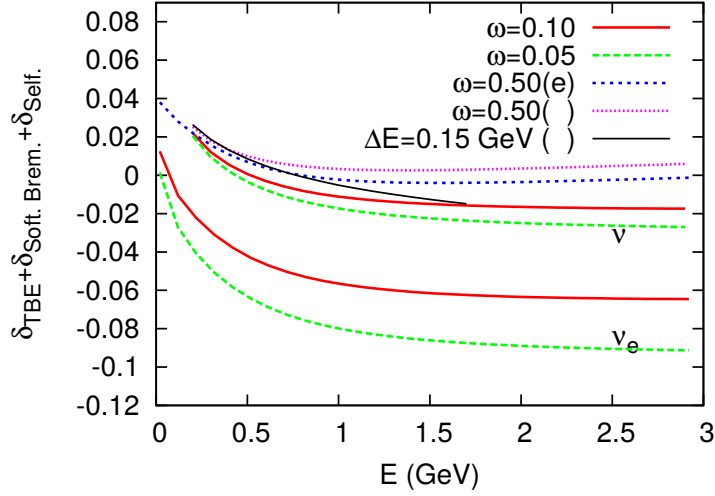
Wkład nieelastyczny TPE zadany był przez diagramy z rezonansem  $\Delta(1232)$ . Do opisu wzbudzenia  $N \rightarrow \Delta(1232)$  użyłem formalizmu stosowanego w pracach [H3,H4]. Jest to model inny niż dyskutowane we wcześniejszych pracach poświęconych TPE [78]. Okazało się, że przewidywania nieelastycznego wkładu TPE zależą od modelu teoretycznego na wzbudzenie rezonansu  $\Delta(1232)$  tzn. sposobu parametryzacji wzbudzenia  $N \rightarrow \Delta(1232)$  oraz wyboru czynników postaci.

Mając model teoretyczny poprawek TPE dokonałem także globalnej analizy różniczkowych przekrojów czynnych (dyskutowanych w analizach Rosenbluth'owskich), czego wynikiem było uzyskanie dopasowań dla elektromagnetycznych czynników postaci. Uwzględnienie w analizie poprawki TPE (uzyskanej z obliczeń teoretycznych) pozwoliło otrzymać dopasowania czynników postaci spójnych z pomiarami polaryzacyjnymi. Wcześniej podobną analizę przeprowadzono w pracy [74], jednak w tej pracy poprawka nieelastyczna TPE była zadana przez funkcję aproksymującą poprawkę obliczoną w ramach modelu teorio-polowego (wkład elastyczny) oraz podejścia GPD (wkład nieelastyczny) [14]. Ponadto w pracy [74] poprawka TPE była wyliczona tylko raz dla ustalonych wcześniej parametrów czynników postaci nukleonu i nie ulegała modyfikacji w trakcie analizy statystycznej. Wreszcie w pracy [74] czynniki postaci były uzyskane z globalnej analizy nie tylko różniczkowych przekrojów czynnych ale także pomiarów polaryzacyjnych stosunku (3.3). Dlatego wyniki pracy [H8] są dopełnieniem do tych otrzymanych w [74].

Przewidywania Bayesowskie wkładu TPE [H7] okazały się być zgodne z teoretycznymi wyliczeniami w przypadku przekazów cztero-pędu  $Q^2 \in (1, 6) \text{ GeV}^2$ . Warto jednak zaznaczyć, że nawet w tym obszarze kinematycznym dopasowanie TPE uzyskane w pracy [H5], gdzie stosowałem metody częstościowej statystyki, nie są zgodne ani z analizą Bayesowską ani z wynikami teoretycznymi. Z drugiej strony fity czynników postaci uzyskane z analizy pomiarów w ramach wszystkich trzech podejść ([H5,H7,H8]) są bardzo podobne. Zatem niewielkie różnice pomiędzy dopasowaniami na czynniki postaci mogą skutkować dość dużymi różnicami w poprawce TPE. Podkreślmy, że analiza [H5] opierała się na konkretnym wyborze parametryzacji TPE, a uzyskane w tej pracy fity okazały się zgodne z odrzuconymi w analizie Bayesowskiej dopasowaniami. Pokazuje to siłę podejścia Bayesowskiego [H6,H7], które pozwala obiektywnie wybrać dopasowanie najlepiej odtwarzające analizowane pomiary.

Najciekawsze różnice pomiędzy omawianiami wynikami analiz pojawiają się, gdy wyliczymy na ich podstawie wartości promienia protonu. Analiza Bayesowska [H7] prowadzi do  $r_{p,E} = 0.85 \pm 0.01 \text{ fm}$  (zgodne z pomiarami w atomie mionowym!), wynik pracy [H5] to  $r_{p,E} = 0.87 \pm 0.01 \text{ fm}$ , natomiast promienie protonu otrzymane na bazie dwóch modeli (w jednym czynniki postaci zadane przez wyrażenie (3.6) z wykładnikiem  $k = 1$  oraz w drugim  $k = 2$ ) to  $r_{p,E} = 0.898 \pm 0.001 \text{ fm}$  oraz  $r_{p,E} = 0.867 \pm 0.002 \text{ fm}$  z pracy [H8]. Widać, że założenia modelowe, wybór parametryzacji dla czynników postaci, postaci poprawki TPE ma wpływ na uzyskaną wartość promienia protonu. Propozycja rozwiązania tego problem pojawiła się w mojej kolejnej pracy [H10].

W poprzednich pracach omawiałem rolę subtelnego efektu związanego z wymianą dwu (i więcej) wirtualnych fotonów pomiędzy elektronem i protonem. Generowana poprawka do śred-



Rysunek 3.7: Elektromagnetyczne poprawki radiacyjne: wkład TBE, poprawki od promieniowania hamowania (dla kilku czułości detektora  $\omega$ ) oraz poprawki propagatorowe. Obliczenia przeprowadzone dla neutrin elektronowych i mionowych.

nionego po spinach przekroju czynnego okazała się wprawdzie niewielka (rzędu kilku procent) jednak niezbędna aby uzyskać poprawne dopasowania dla czynników postaci oraz wartości promienia protonu. Zatem naturalnym zbadać rolę podobnego efektu w przypadku oddziaływań kwazielastycznych neutrin na nukleonach. Chodzi o sprawdzenie jak duży jest to efekt oraz czy ma on wpływ na uzyskanie aksjalnego czynnika postaci.

W analizie oddziaływań neutrin akceleratorowych z jądrami i nukleonami poprawki radiacyjne są z reguły zaniechywane. Zakłada się, że dla oddziaływań neutrin mionowych z nukleonami są one niewielkie [48]. Poprawki radiacyjne były wyliczane dla oddziaływań neutrin elektronowych o niewielkich bądź bardzo dużych energiach. W przypadku procesu CCQE i energii neutrin rzędu 1 GeV nie ma dostępnych pełnych obliczeń dla tych poprawek. W przypadku energii progowych poprawki radiacyjne dla rozpraszania neutrin elektronowych na nukleonach są rzędu kilku procent, natomiast w przypadku oddziaływań głęboko nieelastycznych mogą one sięgać nawet kilkudziesięciu procent. W przypadku procesów kwazielastycznych, nisko-energetycznych, zwykle stosowano model Fermiego i wyliczano tylko poprawki elektromagnetyczne. Jednak wiadomo, że aby skasować część rozbieżności w ultrafiolecie wymagane jest uwzględnienie poprawek elektro-słabych. Ponieważ neutrino oddziałuje z kwarkami uwięzionymi w nukleonie zatem bezpośrednie zastosowanie Modelu Standardowego jest niemożliwe. Najbardziej skomplikowane jest otrzymanie przewidywań co do poprawek radiacyjnych związanych z wymianą dwu bozonów pośredniczących:  $W^\pm$  i fotonu (poprawka TBE eng. *two boson exchange*) pomiędzy leptonami a nukleonem, bowiem przewidywania teoretyczne, podobnie jak w przypadku poprawki TPE, zależą od stosowanego modelu hadronowego.

Oszacowanie efektów radiacyjnych w rozpraszaniu neutrin na nukleonach jest bardzo ważne

w kontekście pomiaru fazy łamania symetrii  $\mathcal{CP}$ . W eksperymentach tzw. długiej bazy oddziaływania kwazielastyczne stanowią większość obserwowanych zdarzeń. Analiza tych procesów pozwala wyznaczyć parametry oscylacji neutrin. Pierwsze oszacowanie różnicy pomiędzy przekrojami czynnymi na rozpraszanie neutrin elektronowych i mionowych generowane przez poprawki radiacyjne zostało zaprezentowane w pracy [48]. Wyliczenie to bazuje na prostej formule uzyskanej dla rozpraszania głęboko-nieelastycznego, uwzględniającej jedynie wkład od linii leptonowej, jednak w rozpraszaniu CCQE w przeciwieństwie do oddziaływania elektron-proton, wkładu tego nie można spójnie odseparować od pozostałych poprawek. Należy uwzględnić poprawki od wymiany  $W^+\gamma$  pomiędzy linią leptonową a nukleonową.

W pracy [H9] zaprezentowałem wyliczenia poprawek radiacyjnych (elektromagnetycznych) w oddziaływaniu CCQE (wyniki pracy zostały także zaprezentowane na dwu konferencjach [81, 82], rola poprawek radiacyjnych jest także dyskutowana w materiale pokonferencyjnym [83]). Uwagę skoncentrowałem na poprawce związanej z wyminą dwu-bozonów pośredniczących ( $W^\pm$  oraz  $\gamma$ ) pomiędzy neutrinem i neutronem. Wkład ten nie był wcześniej wyznaczany. W obliczeniach teoretycznych wykorzystałem metody algebraiczne i numeryczne wypracowane w pracy [H8]. Rozważyłem tylko diagramy z nukleonem jako stanem pośredniczącym. W przypadku modelowania wierzchołków nukleonowych zastosowałem podobne uproszczenie jak w pracy [H8].

Okazało się, że wkład TBE jest podobnego rzędu jak poprawka TPE w oddziaływaniach elektronów. W przypadku oddziaływań neutrin mionowych dla małych wartości  $Q^2$  jest on rzędu  $1 \div 2\%$ . Natomiast dla neutrin elektronowych poprawka ta jest rzędu  $3 \div 4\%$ . W przypadku oddziaływań antyneutrin poprawka TBE jest systematycznie większa:  $2 \div 3\%$  dla  $\bar{\nu}_\mu$  oraz  $4 \div 5\%$  dla  $\bar{\nu}_\mu$ . Największy wkład do efektu TBE pochodzi od części aksjalnej jednak zmiana parametru masy aksjalnej ma mały wpływ na wartość wkładu TBE. Oprócz poprawki TBE uzyskałem także elektromagnetyczne poprawki do propagatorów elektronu i protonu oraz wkład związany z emisją miękkich fotonów, wyniki numeryczne zaprezentowane są na Rys. 3.7. W przypadku poprawek związanych z promieniowaniem hamownia (Bremsstrahlung), należy wprowadzić parametr związany z czułością detektora na pomiar fotonu (akceptacja detektora). Poprawki radiacyjne w sposób istotny zależą od tego parametru. Dla typowych wartości czułości sięgają one nawet kilkunastu procent. W przypadku neutrin mionowych są rzędu kilku procent i w pierwszym przybliżeniu mogą zostać zaniebane (patrz Rys. 3.7). Względna różnica pomiędzy poprawkami radiacyjnymi dla oddziaływań neutrin elektronowych i mionowych jest rzędu 10% i nie może zostać zaniebane w analizach oscylacyjnych.

## Założenia modelowe, czynniki postaci a rozmiar protonu

[H10] K. M. Graczyk and C. Juszczak, *Proton Radius from Bayesian Inference*, Phys. Rev. **C90**, 054334 (2014).

Jednym z ciekawszych wyników pracy [H8] było pokazanie, że wartość promienia protonu uzyskanego z analizy przekrojów czynnych na rozpraszania elastyczne  $ep$  może zależeć od postulowanej postaci funkcjonalnej czynników postaci oraz założeń co do parametryzacji TPE.

Problem ten był także szerzej dyskutowany w pracy [79], gdzie zaproponowano by zastosować własności analityczne czynników postaci wyrażając je przez obcięte sumy szeregu Lauranta. Argumentowano, że używając takiej parametryzacji dostaje się lepszą zbieżność funkcji błędu  $\chi^2$ . Jest to ciekawe podejście jednak problem przeuczenia tkwi głównie po stronie statystycznej analizy. Co więcej w pracy [80] pokazano, że użycie testu Pearson'a (używanego także w pracy [79]) nie prowadzi do wiarygodnych szacunków wartości  $r_{p,E}$ . Problemy te można rozwiązać przy pomocy metod statystyki Bayesowskiej, które pozwalają w obiektywny sposób wybrać najbardziej optymalną parametryzację dla czynników postaci i uzyskać wartość promienia protonu. W pracy [H10] użyłem metod Bayesowskich sieci neuronowych do wyznaczenia wartości elektrycznego i magnetycznego promienia protonu. Wykonana została globalna analiza różniczkowych przekrojów czynnych oraz pomiarów polaryzacyjnych stosunku (3.3). Rozważyliśmy około 200 różnych modeli statystycznych, z pośród których korzystając z algorytmu Bayesowskiego wybrane zostały trzy najbardziej prawdopodobne. Czynniki postaci elektryczny i magnetyczny były zadane przez jedną sieć neuronową. Rozważone zostały dwa warianty analizy: różniczkowe przekroje czynne skorygowane o poprawkę TPE (przewidywania teoretyczne z pracy [H8]) oraz bez żadnych modyfikacji. Wynik analiz pomiarów poprawionych o wkład TPE były bardziej statystycznie spójne. Analizy zostały wykonane nową bardziej efektywną wersją programu (od 2012 roku wspólnie rozwijanego z dr Juszcakiem). Aby uzyskać końcowe wyniki przeanalizowane zostało więcej niż pół miliona sieci neuronowych zużywając około 200000 CPU×h. Ważne było sprawdzenie jak ograniczenie liczby punktów pomiarowych, w związku z cięciem w  $Q^2$  wpływa na wartość promienia protonu. Rozważyliśmy trzy cięcia kinematyczne  $Q^2 < 1, 3, 10 \text{ GeV}^2$ . Ponieważ stosowane było przybliżenia Hessianowe, nie posiadaliśmy pełnej informacji o rozkładach prawdopodobieństwa. Dlatego niemożliwe było ilościowe porównanie wyników analiz otrzymanych przy różnych cięciach w  $Q^2$ . Okazało się jednak, że wyniki analiz z różnymi cięciami prowadzą do spójnych wartości promienia protonu. Uzyskana wartość  $r_{p,E}$  jest nieco większe niż w te wcześniejszych analiz przeprowadzonych przez inne grupy, jednak otrzymany wynik jest wciąż niespójny z pomiarem w atomie mionowym [18], patrz Rys. 3.3. Pokazano, że nietrafiony wybór parametryzacji czynnika postaci może prowadzić do zgodnej z [18] wartości promienia protonu. Zatem najważniejszym wynikiem pracy [H10] jest pokazanie jak spektakularny wpływ na wartość  $r_{p,E}$  ma wybór parametryzacji. Niewielkie tylko zmiany w krzywiznie czynnika postaci w pobliżu  $Q^2 = 0$  skutkują dużą zmianą w wartości promienia protonu. Dlatego aby uzyskać obiektywne przewidywanie wartości  $r_{p,E}$  należy zastosować odpowiedni algorytm matematyczny (w tym wypadku Bayesowski), który pozwoli wybrać najlepsze dopasowanie. Jeśli zamiast kryterium Bayesowskiego użyjemy kryterium na bazie testu Pearson'a to najlepsze dopasowanie prowadzi do wartości  $r_p \sim 0.86 \div 0.89 \text{ fm}$ , która jest zgodna na poziomie  $2\sigma$  z pomiarami w atomie mionowym [18].



### 3.3 Podsumowanie

Przedstawiony cykl publikacji dotyczył zagadnień związanych z opisem rozpraszania neutrin i elektronów na nukleonach w obszarze elastycznym i rezonansowym. Istotną trudnością w modelowaniu tych procesów jest niewystarczająca znajomość wkładów hadronowych, które związane są ze złożoną wewnętrzną strukturą nukleonów i stanów rezonansowych. Jednym z głównych celów moich badań była dyskusja roli efektów hadronowych w opisie oddziaływań leptonów z nukleonami [H1-H10]. Dodatkowo duży nacisk położony został na uzyskanie bezmodelowej informacji o strukturze nukleonów i rezonansów z analizy pomiarów rozproszeniowych [H1,H3-H8,H10].

W przypadku opisu oddziaływania elastycznego/kwazielastycznego elektronu/neutrina z nukleonem aby uzyskać dokładne przewidywania istotną rolę odgrywać mogą poprawki drugiego rzędu związane z wkładami hadronowymi indukowanymi przez wymianę pomiędzy leptonem i nukleonem więcej niż jednego bozonu pośredniczącego [H5,H7-H10]. Ich przewidywania teoretyczne zależą od założeń modelowych [H8], natomiast ich uzyskanie z analizy pomiarów doświadczalnych wymaga użycia zaawansowanych metod statystycznych [H6,H7].

W przypadku opisu oddziaływań nieelastycznych modele teoretyczne są bardziej złożone. W moich badaniach dyskutowałem kilka opisów stosowanych przez doświadczalników w analizach pomiarów produkcji pojedynczych pionów w oddziaływaniach neutrin [H1-H4]. Analiza tych oddziaływań pozwala uzyskać informację o wzbudzeniu nukleonów do stanów rezonansowych w szczególności rezonansu  $\Delta(1232)$ , i sformułować odpowiedni model fenomenologiczny. Model ten był następnie stosowany do opisu wkładów dwu-fotonowych w oddziaływaniach elastycznych [H8].

Wymiernym wynikiem przedstawionego cyklu prac są dopasowania elektromagnetycznych i aksjalnych czynników postaci nukleonu oraz rezonansu  $\Delta(1232)$ , które są używane w praktycznych zastosowaniach. Główną motywacją moich badań było uzyskanie dokładniejszego w przewidywaniach opisu fenomenologicznego/teoretycznego oddziaływań neutrin (o energii rzędu 1 GeV) z nukleonami. Cel ten można osiągnąć tylko przez porównanie modeli neutrinowych z oddziaływaniami elektronowymi (pomiarami i teorią). Redukcja błędów systematycznych związanych z założeniami modelowymi może zostać osiągnięta tylko przy zastosowaniu nowoczesnych metod statystycznych. W moich badaniach zaproponowałem zastosowanie metod Bayesowskich dla sieci neuronowych do modelowania czynników postaci oraz poprawki dwu-fotonowej [H6-H8]. Najciekawszym wynikiem, otrzymanym przy użyciu tego formalizmu, było uzyskanie wartości promienia protonu oraz wykazanie, że mocno zależy ona od poczynionych założeń co do struktury hadronowej protonu oraz modelu oddziaływania.

Poniżej prezentuje krótkie podsumowanie wszystkich wymienionych w dorobku habilitacyjnym prac.

- **Model RS i SPP:** Prace [H1,H2]. Przeprowadzona została krytyczna dyskusja własności modelu Rein'a-Sehgal'a. Zaproponowany został nowy sposób parametryzacji części wektorowej i aksjalnej prądu hadronowego (aby otrzymać lepszą zgodność z pomiarami elektronowymi i neutrinowymi). Wykonana została re-analiza pomiarów ANL i BNL w

ramach udoskonalonego modelu RS i uzyskano nowe dopasowania dla  $C_5^A$ . Wprowadzone zostały także modyfikacje prądu hadronowego tak aby w spójny teoretycznie sposób w opisie Rein'a i Sehgal'a uwzględnić masę naładowanego lepton w oddziaływaniach typu CC. Przedyskutowano efektu masy leptonu. Zaproponowane modyfikacje modelu RS są wdrożone w oficjalnym generatorze MC eksperymentu T2K i wykorzystywane w analizie doświadczalnej.

- **Produkcja pojedynczych pionów oraz wzbudzenie  $N \rightarrow \Delta(1232)$ :** Ref. [H3] Zaproponowane zostało statystyczne podejście, w ramach którego wykazana została zgodność statystyczna pomiędzy pomiarami ANL i BNL (dla procesu 3.7). Dyskutowany był model Rarity-Schwinger na wzbudzenie  $N \rightarrow \Delta(1234)$  oraz uwzględnione zostały w analizie efekty deuteronowe. Wynikiem pracy było uzyskanie nowych spójnych statystycznie dopasowań dla czynnika postaci  $C_5^A$  zgodnych z ZGT. Ref. [H4]: Przedyskutowana została rola wkładów nierezonansowych w procesach SPP. Uzyskane zostały nowe dopasowania dla wektorowych czynników postaci rezonansu  $\Delta(1232)$  z analizy pomiarów na elektroprodukcje. Wykazana została niespójność pomiędzy pomiarami SPP eksperymentu ANL dla trzech kanałów dla oddziaływania typu CC. Uzyskano nowe fity  $C_5^A$  (zgodne z ZGT) uwzględniając wkłady nierezonansowe.
- **Efekty hadronowe w oddziaływaniu elastycznym  $ep$ :** W pracy [H5] wykazano statystyczną zgodność pomiędzy pomiarami rozpraszania elastycznego  $ep$  z różnych eksperymentów jeśli uwzględni się względne normalizacje pomiarów oraz poprawkę TPE. Uzyskano nowe dopasowania dla czynników postaci nukleonu oraz poprawki TPE wraz z dokładnym oszacowaniem niepewności. W pracy [H6] zaproponowane zostało oryginalne podejście statystyczne bazujące na metodach Bayesowskich sieci neuronowych do modelowania czynników postaci. W ramach tego formalizmu uzyskano dopasowania dla czynników postaci i przedyskutowano własności przybliżenia. W pracy [H7] metoda Bayesowska została rozwinięta i zaadoptowana do otrzymania z poprawki dwu fotonowej. Wykazano dużą zależność przewidywań poprawki TPE od założeń modelowych.
- **Poprawka dwu bozonowa i dwu fotonowa:** Praca [H8]. Uzyskane zostały teoretyczne przewidywania poprawki TPE: wkładu elastycznego i nieelastycznego. W przypadku pierwszego dwie parametryzacje czynników postaci zostały rozważone, natomiast w drugim przypadku przedyskutowałem kilka modeli na wzbudzenie  $N \rightarrow \Delta(1232)$ . Zostało pokazane, że przewidywania dla wkładu nieelastycznego TPE zależą od założeń modelowych. Zostało przeprowadzone porównanie przewidywań poprawki TPE z prac [H5, H7] z obliczeniami teoretycznymi. Uzyskano nowe dopasowania dla EM czynników postaci protonu z uwzględnieniem w analizie pętlowej poprawki TPE. Została przeprowadzona dyskusja zależności wartości  $r_{p,E}$  od założeń modelowych. W pracy [H9] zastosowano ten sam model teoretyczny co w [H8] do obliczenia poprawki dwu bozonowej w kwazi-elastycznym rozpraszaniu neutrin na nukleonach. Przeprowadzona została dyskusja znaczenia poprawek radiacyjnych, w tym poprawki TBE, w analizie pomiarów neutrinowych.

- **Zależność wartości promienia protonu od założeń modelowych:** W pracy [H10] zastosowano metody sieci Bayesowskich oraz teoretyczne wyniki pracy [H8] do uzyskania z pomiarów rozproszenia elastycznego  $ep$  wartość promienia protonu. Pokazano, że mocno zależy ona od założeń co do postaci funkcjonalnej czynników postaci oraz sposobu modelowania wkładu TPE.

# Rozdział 4

## Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych)

### 4.1 Przed uzyskaniem stopnia doktora

W 2000 roku obroniłem pracę magisterską pt. *"Reguły Fuzyjne w modelach minimalnych w 2-wymiarowej konformnej teorii pola"* pod kierunkiem prof. Zbigniewa Jaskólskiego, następnie rozpocząłem studia doktoranckie na Wydziale Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Wrocławskiego. Początkiem 2001 roku zacząłem współpracować z prof. Janem Sobczykkiem. Skupiłem się na aktywności związanej z fizyką oddziaływań neutrin, w szczególności moje zainteresowania badawcze dotyczyły trzech powiązanych ze sobą obszarów tematycznych:

- prace teoretyczne nad opisem oddziaływań neutrin (o energiach rzędu 1 GeV) z nukleonami i jądrami atomowymi;
- rozwój generatora zdarzeń MC NuWro – program pozwalający symulować oddziaływania neutrin z jądrami i nukleonami, wykorzystywany w analizach eksperymentalnych, rozwijany we Wrocławiu od 2003 r (<http://borg.ift.uni.wroc.pl/nuwro/>);
- udział w eksperymencie ICARUS.

Głównym przedmiotem moich badań stały się oddziaływania neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi. Nasza grupa skoncentrowała się na studiach oddziaływań neutrin o energii rzędu 1 GeV, mierzonych w eksperymentach oscylacyjnych tzw. długiej i krótkiej bazy z akceleratorową wiązką neutrin. Jednym z moich celów było uzyskanie przewidywań przekrojów czynnych na rozpraszanie tzw. kwazi-elastyczne neutrin na jądrach atomowych. Praca ta była silnie związana udziałem naszej grupy badawczej w eksperymencie ICARUS. Docelowo nasze wyniki teoretyczne miały zostać zaimplementowane do generatora MC Nux-Fluka, rozwijanego przez P. Sale, A. Ferrariego, A. Rubbie oraz G. Battistoniego. Celem naszym było opracowanie modułu opisującego tzw. pierwotne oddziaływanie neutrina z nukleonem w jądrze atomowym.

Moim głównym wynikiem, stanowiącym podstawę do doktoratu, była dyskusja roli efektów jądrowych w opisie oddziaływania kwazi-elastycznego neutrin z jądrami atomowymi. Między innymi obliczyłem tzw. poprawki RPA (*eng. ring random phase approximation*) (RPA), które renormalizują elementy prądu oddziaływania [84] ([A10]). Zbadałem również wpływu efektów jądrowych na polaryzacje taonów wyprodukowanych w procesie (3.1). Neutrino taonowe jako produkty oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  miały zostać zmierzone w eksperymencie OPERA<sup>1</sup> (obydwa eksperymenty używały tej samej wiązki neutrin CNGS: CERN do Gran Sasso). Taon charakteryzuje się krótkim czasem życia. Rozpada się on w kilku możliwych kanałach. Rozkład przestrzenny produktów jego rozpadu zadany przez stopień jego spolaryzowania. W artykule [85] ([A11]) wykazałem, że poprawki RPA mają wyraźny wpływ na stopień spolaryzowania taonów. Ponadto w artykule konferencyjnym [86] ([C8]) przedstawiłem dyskusję własności polaryzacyjnych leptonu  $\tau$  w rozpraszaniu głęboko nieelastycznym  $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ .

W okresie "przed doktoratem" moim wkładem do rozwoju generatora MC NuWro była implementacja inkluzywnych przekrojów czynnych na rozpraszanie głęboko-nieelastyczne neutrin na nukleonach. W tym celu zaadoptowałem funkcje struktury GRV94 oraz wprowadziłem modyfikację tych funkcji zaproponowane przez A. Bodka. W tym czasie uczestniczyłem także w wielu dyskusjach i wewnętrznych seminariach poświęconych generatorowi NuWro, owocem materialnym tej pracy, oprócz kodu komputerowego, jest artykuł konferencyjny [87] ([C9]). Prace nad generatorem NuWro były ściśle związane z udziałem naszej grupy w eksperymencie ICARUS patrz prace w wykazie A12-A17. Materialnym wynikiem uczestnictwa w tym projekcie jest kilkanaście prac wymienionych w załączonym Wykazie. Udział w eksperymencie ICARUS przede wszystkim zaowocował współpracą z neutrinowcami (głównie doświadczalnikami) z innych ośrodków naukowych w Polsce i za granicą. Częste wspólne zebrania i seminaria robocze pozwoliły mi doskonalić warsztat naukowy.

## 4.2 Po uzyskaniu stopnia doktora

W okresie po uzyskaniu doktoratu moja praca naukowa wciąż dotyczyła zagadnień związanych z oddziaływaniem neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi. Tematyka ta została w sposób naturalny rozszerzona o prace nad oddziaływaniami elektronów z nukleonami i jądrami atomowymi. Poniżej wymieniam w punktach główne projekty badawcze, w których brałem udział od 2005 do dziś, które nie znalazły omówienia w ramach cyklu publikacji habilitacyjnych.

### Prace teoretyczno-fenomenologiczne

- **Dulaność kwarkowo-hadronowa (DKH).** Celem projektu było zbadanie czy podobnie jak w oddziaływaniach elektronów, w oddziaływaniach neutrin z nukleonami pojawia się tzw. dualność kwarkowo-hadronowa (dualność Bloom'a-Gilman'a). Był to temat powiązany z produkcją pojedynczych pionów w oddziaływaniach neutrin omawiany w

---

<sup>1</sup>Niedawno eksperyment OPERA potwierdził zmierzenie trzech neutrin  $\nu_\tau$  w dalekim detektorze.

autoreferacie. Występowanie DKH mogłoby pozwolić efektywnie modelować przekroje czynne na oddziaływanie neutrin z jądrami atomowymi wykorzystując informację o funkcjach struktury nukleonu uzyskanej z rozpraszania głęboko nieelastycznego. Efektem naszych badań była praca [32] ([A5]). Część wyników została również opublikowana w materiałach po-konferencyjnych [33, 34] ([C6,C7]). Do zbadania dualności użyliśmy modelu Rein’a-Sehgal’s. Pokazaliśmy, że w przypadku neutrin DKH jest obserwowana tylko dla oddziaływań na tarczy izoskalarnej. Ponadto w pracy [39] ([C3]) zaproponowałem efektywny algorytm na konstrukcję rezonansowych funkcji struktury przy wykorzystaniu DKH. Pokazałem również, że uzupełnienie modelu Rein’a-Sehgal’a o kilka cięższych rezonansów prowadzi do poprawy dualności kwarkowo-hadronowej w tym modelu.

- **Efekt TPE dla pozytonów:** W pracy [89] ([A4]) została zaprezentowana dyskusja poprawki TPE w oddziaływaniach elektronów i pozytonów z protonami. Naszym głównym celem było otrzymanie przewidywań stosunku (3.4) w obszarze kinematycznym, w którym miały być przeprowadzone pomiary eksperymentalne.
- **Sieci neuronowe w fizyce hadronów:** Praca [66] ([A2]) jest artykułem zaproszonym do specjalnego tomu poświęconego metodom statystycznym w fizyce cząstek elementarnych i fizyce jądrowej [70]. Omówione zostały w niej główne idee podejścia Bayesowskiego i metod sieci neuronowych. Dyskusja metod statystycznych została wzbogacona o wyniki analizy globalnej pomiarów rozproszonych *ep*. Analizy zostały wykonane przy użyciu znacznie ulepszonej wersji programu komputerowego.
- **Momenty Zemach’a:** Informację o rozmiarze protonu uzyskuje się przede wszystkim z pomiarów spektrum energetycznego w prostych układach atomowych. W praktyce z pomiarów atomowych można uzyskać informację o momentach Zemach’a, które mogą zostać wyliczane z rozkładów ładunku elektrycznego i magnetyzacji protonu. Praca [90] ([A1]) była naturalną kontynuacją pracy [H10], jednak nie dotyczyła bezpośrednio zagadnień związanych z rozpraszaniem leptonów na nukleonach. Uzyskałem w niej Bayesowskie przewidywania dla kilku różnych momentów Zemach’a dyskutowanych w analizach atomowych. Sprawdziłem jak bardzo ich wartości zależą od założeń modelowych co do postaci funkcjonalnej czynników postaci.
- **Dziwność nukleonu:** Praca [88] ([A3]) to efekt współpracy z mgr Tomaszem Golanem (byłem jego promotorem pomocniczym) oraz z prof. Janem Sobczykiem i dr Cezarym Juszcakiem. Celem projektu było otrzymanie informacji o aksjalnym dziwnym wkładzie nukleonu. W tym celu dokonaliśmy analizy przekrojów czynnych na rozpraszanie, poprzez prądy neutralne, neutrin na węglu, zmierzonych w eksperymencie MiniBooNE. W analizach wykorzystany został generator NuWro. Uzyskaliśmy wartości współczynnika dziwności oraz masy aksjalnej  $M_A$ . Ponadto przedyskutowaliśmy wpływ efektów jądrowych na uzyskane wyniki. W szczególności pokazaliśmy, że duży wpływ na końcowe rezultaty ma uwzględnienie tzw. wzbudzeń wielo-nukleonowych.

## Prace konferencyjne

Ponieważ w materiałach habilitacyjnych nie umieściłem prac konferencyjnych poniżej omawiam skrótowo zawarte w nich wyniki.

- W pracy [35] ([C5]) przedstawiliśmy część wyników później opublikowanych w pracach [H1,H2]
- Praca [36] ([P3]) zawiera omówienie wyników pracy [H1] poszerzone o dyskusje oddziaływań neutrin z nukleonami poprzez prądy neutralne.
- Praca [38] ([C4]) zawiera wyniki analizy pomiarów tylko dla eksperymentu ANL i była publikacją poprzedzającą pracę [H3].
- Praca [37] ([P2]) zawiera oryginalne wyniki niepublikowane gdzie indziej. Wykazałem w niej, że analiza pomiarów ANL i BNL nie pozwala dostarczyć informacji o wszystkich czterech niezależnych rezonansowych aksjalnych czynnikach postaci. Zbadałem także konsystencję związków Adlera z pomiarami eksperymentów ANL i BNL.
- Praca [40] ([C2]) powstała na podstawie referatu wygłoszonego na konferencji NuInt11. Ma ona charakter przeglądowy, omawiam w niej modele na produkcję pionów w oddziaływaniach neutrin oraz status rezonansowych czynników postaci.
- Praca [61] ([C1]) zawiera dyskusję wyników pracy [H4] poszerzoną o niepublikowane wcześniej dopasowania dla wektorowych czynników postaci.

## Prace nad oprogramowaniem komputerowym

- **NuWro:** Kontynuacja prac związanych z rozwojem generatora NuWro, w szczególności:
  - Dokonałem implementacji modelu na produkcję pojedynczych pionów w rozpraszaniu poprzez prądy neutralne neutrin na nukleonach.
  - Uczestniczyłem (wspólnie z C. Juszczakiem) nad implementacją elastycznych oddziaływań, poprzez prądy neutralne, neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi, jednym z owoców tej współpracy była publikacja [88] ([A3]).
  - Uczestniczyłem w implementacji poprawek RPA do oddziaływań kwazi-elastycznych neutrin na jądrach, w tym celu zmodyfikowałem swój kod otrzymany w ramach obliczeń do doktoratu. Uczestniczyłem także w zaadoptowaniu (wspólnie z C. Juszczakiem i J.T. Sobczykiem) tego kodu bezpośrednio w NuWro.
- **eWro:** Od 2014 roku współpracuję z prof. Sobczykiem, dr Juszczakiem oraz dr Żmudą nad elektronowym generatorem zdarzeń MC eWro: wersji MC NuWro dla oddziaływań elektronów z jądrami i nukleonami. Narzędzie to pozwoli na dokładne przetestowanie

modeli fizycznych zaimplementowanych w generatorze NuWro. Projekt ten nie jest jeszcze ukończony. Pierwsze wyniki uzyskane przy pomocy eWro zostały przedstawione na konferencji: Theory Meeting Experiment 2014 (TMEX), *Neutrinos and Cosmos* w Warszawie (2014), w postaci plakatu [92], następnie przez dra Żmudę na konferencji: XXXIX International Conference of Theoretical Physics "Matter to the Deepest", w Ustroniu (2015) oraz w materiale konferencyjnym [93] ([C1]).

- Od 2010 roku rozwijam, najpierw samodzielnie, a później we współpracy z dr Juszcza-kiem aplikację/bibliotekę C++ pozwalającą prowadzić Bayesowskie analizy statystyczne przy wykorzystaniu sieci neuronowych. Wynikiem tego projektu jest kod komputerowy/aplikacja linuxowa. Oprogramowanie to stosowane było w analizach [H6,H7,H10] [90] ([A2]). Mamy zamiar w niedalekiej przyszłości upublicznić ten program.
- **Eksperyment ICARUS:** Przez kilka lat po doktoracie wciąż byłem członkiem projektu ICARUS. Wiązało się to z kilkoma wyjazdami do laboratorium INFN w Gran Sasso, udziału w licznych seminariach i zebraniach głównie polskiej grupy neutrinowej. Moim bezpośrednim wkładem do projektu ICARUS była praca nad generatorem NuWro. Materiałnym wynikiem mojego udziału w projekcie ICARUS są prace wymienione w wykazie.



# Bibliografia

- [1] S. M. Bilenky, Eur. Phys. J. H **38** (2013) 345
- [2] M. Martini, M. Ericson, G. Chanfray and J. Marteau, Phys. Rev. C **80** (2009) 065501.
- [3] J. Nieves, I. Ruiz Simo and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. C **83** (2011) 045501.
- [4] P. Coloma and P. Huber, Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 22, 221802.
- [5] S. Ritz *et al.* [HEPAP Subcommittee Collaboration], “*Building for Discovery: Strategic Plan for U.S. Particle Physics in the Global Context,*”
- [6] O. Moreno and T. W. Donnelly, arXiv:1506.04733 [nucl-th].
- [7] O. Benhar, et al. “*Measurement of the Spectral Function of  $^{40}\text{Ar}$  through the  $(e, e'p)$  reaction,* arXiv:1406.4080 [nucl-ex].
- [8] F. J. Ernst, R. G. Sachs and K. C. Wali, Phys. Rev. **119** (1960) 1105.
- [9] A. V. Belitsky, X. -d. Ji and F. Yuan, Phys. Rev. D **69** (2004) 074014.
- [10] C. F. Perdrisat, V. Punjabi and M. Vanderhaeghen, Prog. Part. Nucl. Phys. **59** (2007) 694. J. Arrington, C. D. Roberts and J. M. Zanotti, J. Phys. G **34** (2007) S23.
- [11] J. Arrington, P. G. Blunden and W. Melnitchouk, Prog. Part. Nucl. Phys. **66** (2011) 782.
- [12] P. G. Blunden, W. Melnitchouk and J. A. Tjon, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 142304.
- [13] P. A. M. Guichon and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 142303.
- [14] Y. C. Chen, A. Afanasev, S. J. Brodsky, C. E. Carlson and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 122301.
- [15] C. Alexandrou, *Nucleon structure from lattice QCD - recent achievements and perspectives,* arXiv:1404.5213 [hep-lat]. J. R. Green, J. W. Negele, A. V. Pochinsky, S. N. Syritsyn, M. Engelhardt and S. Krieg, *Nucleon electromagnetic form factors from lattice QCD using a nearly physical pion mass,* arXiv:1404.4029 [hep-lat]. P. E. Shanahan, A. W. Thomas, R. D. Young, J. M. Zanotti, R. Horsley, Y. Nakamura, D. Pleiter and P. E. L. Rakow *et al.*, Phys. Rev. D **89** (2014) 074511.

- [16] D. Borisyuk and A. Kobushkin, Phys. Rev. D **79** (2009) 034001.
- [17] A. V. Afanasev, S. J. Brodsky, C. E. Carlson, Y. C. Chen and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D **72** (2005) 013008.
- [18] R. Pohl *et al.*, Nature **466** (2010) 213.
- [19] P. J. Mohr, B. N. Taylor and D. B. Newell, Rev. Mod. Phys. **84** (2012) 1527
- [20] I. Sick, Prog. Part. Nucl. Phys. **67** (2012) 473.
- [21] V. Punjabi, C. F. Perdrisat, M. K. Jones, E. J. Brash and C. E. Carlson, Eur. Phys. J. A **51** (2015) 79.
- [22] J. C. Bernauer *et al.* [A1 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **105** (2010) 242001.
- [23] I. Sick, Phys. Lett. B **576** (2003) 62.
- [24] L. Alvarez-Ruso, Y. Hayato and J. Nieves, New J. Phys. **16** (2014) 075015.
- [25] C. Alexandrou, G. Koutsou, J. W. Negele, Y. Proestos and A. Tsapalis, Phys. Rev. D **83** (2011) 014501.
- [26] D. Rein and L. M. Sehgal, Annals Phys. **133** (1981) 79.
- [27] D. Barquilla-Cano, A. J. Buchmann and E. Hernandez, Phys. Rev. C **75** (2007) 065203 [Phys. Rev. C **77** (2008) 019903].
- [28] O. Lalakulich and E. A. Paschos, Phys. Rev. D **71** (2005) 074003.
- [29] E. Hernandez, J. Nieves, M. Valverde and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. D **81** (2010) 085046.
- [30] T. Leitner, O. Buss, L. Alvarez-Ruso and U. Mosel, Phys. Rev. C **79** (2009) 034601.
- [31] G. L. Fogli and G. Nardulli, Nucl. Phys. B **160** (1979) 116.
- [32] K. M. Graczyk, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, Nucl. Phys. A **781** (2007) 227.
- [33] K. M. Graczyk, Acta Phys. Polon. B **37** (2006) 2321.
- [34] K. M. Graczyk, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **159** (2006) 241.
- [35] K. M. Graczyk and J. T. Sobczyk, AIP Conf. Proc. **967** (2007) 205.
- [36] K. M. Graczyk, *Resonance contribution to single pion production in neutrino-nucleon scattering*, arXiv:0810.1247 [hep-ph].

- [37] K. M. Graczyk, PoS EPS **-HEP2009** (2009) 286.
- [38] K. M. Graczyk, D. Kielczewska and J. T. Sobczyk, Acta Phys. Polon. B **40** (2009) 2565.
- [39] K. M. Graczyk, AIP Conf. Proc. **1222** (2010) 238.
- [40] K. M. Graczyk, AIP Conf. Proc. **1405** (2011) 134.
- [41] D. Drechsel, S. S. Kamalov and L. Tiator, Eur. Phys. J. A **34** (2007) 69.
- [42] O. Lalakulich, E. A. Paschos and G. Piranishvili, Phys. Rev. D **74** (2006) 014009.
- [43] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* [MiniBooNE Collaboration], Phys. Rev. D **88** (2013) 3, 032001.
- [44] O. Lalakulich, T. Leitner, O. Buss and U. Mosel, Phys. Rev. D **82** (2010) 093001.
- [45] G. M. Radecky *et al.*, Phys. Rev. D **25** (1982) 1161.
- [46] T. Kitagaki *et al.*, Phys. Rev. D **42** (1990) 1331.
- [47] M. O. Wascko [MiniBooNE Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **159** (2006) 50.
- [48] M. Day and K. S. McFarland, Phys. Rev. D **86** (2012) 053003.
- [49] P. Kyberd *et al.* [nuSTORM Collaboration], *nuSTORM - Neutrinos from STORed Muons: Letter of Intent to the Fermilab Physics Advisory Committee*, arXiv:1206.0294 [hep-ex].
- [50] K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin and V. A. Naumov, Mod. Phys. Lett. A **19** (2004) 2815 [Phys. Part. Nucl. **35** (2004) S133] [hep-ph/0312107].
- [51] C. Berger and L. M. Sehgal, Phys. Rev. D **76** (2007) 113004 [arXiv:0709.4378 [hep-ph]].
- [52] K. M. Graczyk, *On the Description of the Resonance Region in the FKR Model*, wystąpienie na konferencji NuInt07, Fermilab, Batavia, USA, <http://conferences.fnal.gov/nuint07/>.
- [53] J. A. Nowak [MiniBooNE Collaboration], AIP Conf. Proc. **1189** (2009) 243.
- [54] H. Gallagher (Tufts U.) and Y. Hayato *Monte Carlo neutrino event generators* in K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chinese Physics C38, 090001 (2014).
- [55] C. Wilkinson, P. Rodrigues, S. Cartwright, L. Thompson and K. McFarland, Phys. Rev. D **90** (2014) 11, 112017.
- [56] R. Terri, J. Phys. Conf. Ser. **598** (2015) 1, 012032.
- [57] T. Golan, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, Phys. Rev. C **86** (2012) 015505.

- [58] E. Hernandez, J. Nieves and M. Valverde, Phys. Rev. D **76** (2007) 033005.
- [59] Wrocławskie Centrum Sieciowo-Superkomputerowe, (<http://www.wcss.wroc.pl>)
- [60] J. J. Wu, T. Sato and T.-S. H. Lee, Phys. Rev. C **91** (2015) 3, 035203.
- [61] J. Zmuda and K. Graczyk, AIP Conf. Proc. **1680** (2015) 020013.
- [62] W. M. Alberico, S. M. Bilenky and C. Maieron, Phys. Rept. **358** (2002) 227.
- [63] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1153; Phys. Rev. D **11** (1975) 1309.
- [64] M. A. Belushkin, H. W. Hammer and U. G. Meissner, Phys. Rev. C **75** (2007) 035202.
- [65] S. F. Gull, *Bayesian inductive inference and maximum entropy, in Maximum Entropy and Bayesian Methods in science and engineering, vol 1: Foundations*, G. J. Erickson and C. R. Smith, eds., Kluwer (1988). H. Jeffreys, *Theory of Probability*, Oxford Univ. Press (1939).
- [66] K. M. Graczyk and C. Juszczak, J. Phys. G **42** (2015) 3, 034019.
- [67] G. D'Agostini, *Bayesian Reasoning in Data Analysis*, World Scientific 2003.
- [68] The Editors. Editorial: Uncertainty estimates 2011 Phys. Rev. A **83** 040001 (2011).
- [69] J. Dobaczewski, W. Nazarewicz and P. -G. Reinhard, J. Phys. G **41** (2014) 074001.
- [70] 2015 J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 42 Issue 3, Guest Editors: David Ireland and Witek Nazarewicz, *Enhancing the interaction between nuclear experiment and theory through information and statistics (ISNET)* <http://iopscience.iop.org/0954-3899/page/ISNET>
- [71] D.J.C. MacKay, California Institute of Technology, Pasadena, California, December 10, 1991, *Bayesian Methods for Adaptive Models*.
- [72] R. D. Ball *et al.* [The NNPDF Collaboration], Nucl. Phys. B **874** (2013) 36.
- [73] G. Cybenko, Math. Control Signals System 2 (1989), 303. K.-I. Funahashi, Neural Networks 2 (1989), 183. K. Hornik, M. Sinchcombe, and H. White, Neural Networks 2 (1989), 359.
- [74] J. Arrington, W. Melnitchouk and J. A. Tjon, Phys. Rev. C **76** (2007) 035205.
- [75] I. A. Qattan and A. Alsaad, Phys. Rev. C **83** (2011) 054307.
- [76] V. Tvaskis, J. Arrington, M. E. Christy, R. Ent, C. E. Keppel, Y. Liang and G. Vittorini, Phys. Rev. C **73** (2006) 025206.

- [77] P. G. Blunden, W. Melnitchouk and J. A. Tjon, Phys. Rev. C **72** (2005) 034612.
- [78] S. Kondratyuk, P. G. Blunden, W. Melnitchouk and J. A. Tjon, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 172503.
- [79] R. J. Hill and G. Paz, Phys. Rev. D **82** (2010) 113005.
- [80] E. Kraus, K. E. Mesick, A. White, R. Gilman and S. Strauch, Phys. Rev. C **90** (2014) 4, 045206.
- [81] K. M. Graczyk, *Radiative Corrections in Charged Current Quasielastic  $\nu N$  scattering*, International Workshop on Neutrino Factories Super Beams and Beta Beams, NUFACT13, 19-24 August, 2013, IHEP, Beijing, China.
- [82] K. M. Graczyk, *Two-boson exchange in (quasi)elastic lepton scattering off nucleons*, Theory Meeting Experiment 2014 (TMEX), Neutrinos and Cosmos, Warsaw, 3-5 September 2014.
- [83] K. M. Graczyk, *Radiative Corrections in Charged Current Quasielastic  $\nu N$  scattering*, proceedings of NuFact13 conference, to appear in Journal of Physics: Conference Series.
- [84] K. M. Graczyk and J. T. Sobczyk, Eur. Phys. J. C **31** (2003) 177.
- [85] K. M. Graczyk, Nucl. Phys. A **748** (2005) 313.
- [86] K. M. Graczyk, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 150.
- [87] J. T. Sobczyk, J. A. Nowak and K. M. Graczyk, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 266.
- [88] T. Golan, K. M. Graczyk, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, Phys. Rev. C **88** (2013) 024612.
- [89] W. M. Alberico, S. M. Bilenky, C. Giunti and K. M. Graczyk, J. Phys. G **36** (2009) 115009.
- [90] K. M. Graczyk and C. Juszczak, Phys. Rev. C **91** (2015) 4, 045205.
- [91] K. M. Graczyk, *Radiative Corrections in Charged Current Quasielastic  $\nu N$  scattering*, to appear in Journal of Physics: Conference Series.
- [92] C. Juszczak and K. M. Graczyk, *Electron Interactions in NuWro*, poster session, Theory Meeting Experiment 2014 (TMEX), Neutrinos and Cosmos, Warsaw, 3-5 September 2014.
- [93] J. Zmuda, K. M. Graczyk, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, *NuWro Monte Carlo generator of neutrino interactions - first electron scattering results*, arXiv:1510.03268 [hep-ph].

